

УДК 37.016:51(091):159.955

DOI: 10.31652/3041-2277-2025-4-81-91

Історія математичних відкриттів як засіб розвитку критичного мислення учнів

Аліна Воевода

Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського, м. Вінниця, Україна.

E-mail: alina.voievoda@vspu.edu.ua

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1844-6759>

Анотація

У статті розглянуто проблему розвитку критичного мислення учнів засобами історії математичних відкриттів. Підкреслено, що в умовах становлення сучасної освітньої парадигми, орієнтованої на компетентнісний підхід, формування критичного мислення є одним із провідних завдань навчання. Проаналізовано погляди закордонних і вітчизняних науковців щодо сутності критичного мислення як усвідомленого, рефлексивного, самостійного процесу осмислення інформації, що ґрунтується на доведеннях і логічних судженнях. Обґрунтовано, що історія математичних відкриттів має значний потенціал для розвитку критичного мислення, адже показує процес становлення наукових ідей, шлях від помилок і сумнівів до доведених істин. Запропоновано низку методичних прийомів, ефективних у цьому контексті: створення проблемних ситуацій з історичним змістом, використання інтерактивних методів, організація дослідницьких проєктів, підготовка цифрових продуктів (презентацій, відеороликів), а також розв'язування історичних математичних задач. Наголошено, що залучення учнів до пізнання історії науки сприяє розвитку аналітичного мислення, формує вміння порівнювати, аргументувати, оцінювати різні точки зору та приймати виважені рішення. У результаті зроблено висновок, що історія математики є потужним дидактичним засобом розвитку критичного мислення, який поєднує пізнавальний, дослідницький і виховний потенціал навчання, сприяючи становленню творчої, мислячої, самостійної особистості учня.

Ключові слова: критичне мислення, історія математики, математичні відкриття, компетентнісний підхід, методика навчання математики, історичні задачі.

UDC 37.016:51(091):159.955

DOI: 10.31652/3041-2277-2025-4-81-91

The history of mathematical discoveries as a means of developing students' critical thinking

Alina Voievoda

Vinnytsia Mykhailo Kotsiubynskyi State Pedagogical University, Vinnytsia, Ukraine.

E-mail: alina.voievoda@vspu.edu.ua

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1844-6759>

Abstract

The article examines the problem of developing students' critical thinking through the study of the history of mathematical discoveries. It emphasizes that, within the modern educational paradigm focused on the competence-based approach, the formation of critical thinking is one of the key objectives of learning. The views of foreign and Ukrainian scholars (J. Dewey, M. Lipman, D. Halpern, P. Saukh, S. Terno, O. Pometun, and others) on the essence of critical thinking as a conscious, reflective, and independent process of reasoning based on evidence and logic are analyzed. It is substantiated that the history of mathematical discoveries has great potential for developing critical thinking, as it demonstrates the evolution of scientific ideas, the path from mistakes and doubts to proven truths. A set of effective methodological techniques is proposed, including the creation of problem-based situations with historical content, the use of interactive methods, the organization of research projects, the preparation of digital products (presentations, videos), and the solving of historical mathematical problems. It is emphasized that engaging students in exploring the history of science contributes to the development of analytical abilities, fosters skills of comparison, argumentation, evaluation of various viewpoints, and the ability to make reasoned decisions. The article concludes that the history of mathematics serves as a powerful didactic tool for fostering critical thinking, combining cognitive, research, and educational potential, and promoting the development of creative, thoughtful, and independent learners.

Keywords: critical thinking, history of mathematics, mathematical discoveries, competence-based approach, mathematics teaching methods, historical problems.

Постановка проблеми. Складність сучасного життя, величезні потоки інформації та маніпулювання нею вимагають від кожної людини вміння аналізувати, критично мислити і оцінювати факти, визначати альтернативи і щоразу робити той чи інший вибір.

Розвиток критичного мислення школярів в умовах становлення сучасної освітньої парадигми виступає одним з наскрізних завдань освітнього процесу, орієнтованого на компетентнісний підхід, який передбачає опанування здобувачами освіти не лише певною сукупністю знань, умінь і навичок, але й оволодіння способами діяльності ефективного використання набутих знань для вирішення життєвих і професійних проблем. Науковці називають критичне мислення одним із ключових умінь XXI століття, яке разом з креативністю, комунікацією і кооперацією складає сучасну систему компетентностей «4 К» (Саух, 2021).

Ці характеристики надзвичайно актуальні в контексті сучасних тенденцій суспільного розвитку, які набувають загального соціантропологічного характеру і охоплюють усі сфери людського життя: від освіти (навчання) до практичної діяльності, від форм управління до способів мислення, тощо. Тому формування критичного мислення стає не лише складовою компетентнісного підходу, але й узагальнюючою характеристикою, що актуалізує проблеми самовизначення людини в динамічному інформаційному просторі.

Аналіз джерел та останніх досліджень. Теоретичні основи становлення та розвитку теорії формування критичного мислення заклали роботи американських філософа і педагога Дж. Д'юї (Д'юї, 2003) соціолога та філософа У. Самнера, філософа М. Ліпмана (Lipman, 1991). Активно займалися вивченням питань розвитку критичного мислення Дж. А. Браус, Д. Вуд, Д. Гелперн, Р. Енніс, Д. Клустер, Дж. Лоу, К. Мередіт, Ч. Темл, Дж. Стіл (Стіл та ін., 2001).

В Україні одними з перших порушили проблематику розвитку критичного мислення харківські науковці С. Тягло та Т. Воропай (Тягло, 1999).

Дослідженнями розвитку критичного мислення в контексті інноваційного характеру української освіти займаються В. Надурак (Надурак, 2022), П. Саух (Саух, 2021), С. Терно (Терно, 2021) та інші. Особливості становлення та розвитку критичного мислення учнів в Новій українській школі досліджували Н. Демченко (Демченко, 2022), А. Лякішева (Лякішева та ін., 2022), І. Кашуб'як, І. Сущенко, О. Пометун (Пометун, Сущенко, 2017) та ін. Питання розвитку критичного мислення учнів на уроках математики висвітлені в працях О. Барболіної (Барболіна, 2016), О. Матяш (Матяш, 2016), С. Скворцової (Скворцова, 2016), О. Чашечнікової (Чашечнікова, 2013) та ін.

Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми. Проблема розвитку критичного мислення надзвичайно актуальна ще й з огляду її впливу на підвищення якості математичної освіти. Адже, згідно Державного стандарту базової і повної середньої освіти метою математичної освітньої галузі є розвиток особистості учня через формування математичної

компетентності у взаємозв'язку з іншими ключовими компетентностями для успішної освітньої та подальшої професійної діяльності впродовж життя.

Вимоги до обов'язкових результатів навчання учнів з математичної освітньої галузі передбачають, що учень:

- досліджує проблемні ситуації та виокремлює проблеми, які можна розв'язувати із застосуванням математичних методів;
- моделює процеси і ситуації, розробляє стратегії, плани дій для розв'язання проблем;
- критично оцінює процес і результат розв'язання проблем;
- розвиває математичне мислення для пізнання і перетворення дійсності, володіє математичною мовою (Державний стандарт базової середньої освіти, 2020).

Тобто критичне мислення — ключова навичка, що підтримується стандартом як частина ключових компетентностей.

Незважаючи на різнопланові дослідження розвитку критичного мислення в процесі навчання математики вказане питання науковці не розглядали в контексті застосування історії математичних відкриттів. Звернення до історичного матеріалу на уроках математики має широкі можливості для розвитку критичного мислення учнів, адже показує, що будь-яке наукове відкриття не виникає миттєво, а є результатом роздумів, сумнівів, помилок, перевірок і доведень.

Мета статті – проаналізувати можливості розвитку критичного мислення учнів засобами історії математики та запропонувати шляхи удосконалення даного процесу.

Виклад основного матеріалу. Існує чимало трактувань критичного мислення як педагогічного феномену. Усе це вказує на актуальність і широту досліджуваної проблеми. Найчастіше провідні науковці розглядають критичне мислення в контексті осмислення основних теорій, принципів, методів і понять, а його формування вважають одним з найважливіших завдань освіти.

М. Ліпман, засновник Інституту критичного мислення у США, розглядає критичне мислення як уміння мислити компетентно й відповідально, формуючи обґрунтовані судження, оскільки воно спирається на певні критерії оцінювання та має здатність до самовдосконалення (Lipman, 1991).

Роберт Енніс, американський дослідник, філософ і педагог ХХІ ст., який зробив значний внесок у розвиток поняття «критичне мислення», описує його як «рефлексивне мислення, спрямоване на обґрунтування рішення про те, у що вірити і що робити» (Ennis, 2018, p.169). Американська психологиня Дайана Халперн характеризує критичне мислення як аргументоване, цілеспрямоване мислення, що використовується для вирішення проблем, формулювання висновків та прийняття рішень (Halpern, 2014).

Українські вчені-психологи С. Максименко, В. Соловієнко стверджують, що «критичність мислення виявляється у здатності суб'єкта пізнавальної діяльності не потрапляти під вплив

чужих думок, об'єктивно оцінювати позитивні та негативні аспекти явища чи факту, виявляти цінне та помилкове в них. Людина з критичним розумом вимогливо оцінює власні думки, ретельно перевіряє рішення, зважує всі «за» і «проти», виявляючи тим самим самокритичне ставлення до власних дій» (Максименко, 2000, с. 123–124).

Українська дослідниця-педагогиня О. Пометун трактує критичне мислення як здатність людини усвідомлювати власну позицію з того чи іншого питання, вміння знаходити нові ідеї, аналізувати події і оцінювати їх, приймати ретельно обдумані, зважені рішення стосовно будь-яких думок і дій (Пометун, 2020).

На нашу думку, попри всю різноманітність цих та інших визначень критичного мислення в них прослідковується близькість змісту: критичне мислення – це мислення, що не приймає догм, розвивається шляхом осмислення та аналізу нової інформації, її проєкцією на особистий життєвий досвід.

Критичне мислення передусім означає уміння мислити самостійно. Це здатність людини самій формулювати власні ідеї, судження й переконання, не покладаючись повністю на думку інших. Коли навчальний процес організований на засадах критичного мислення, кожен учень має можливість висловити свою позицію, аргументувати її, сумніватися, перевіряти факти та робити власні висновки. Ніхто не може мислити критично за нас — цей процес відбувається лише тоді, коли ми активно осмислюємо інформацію і приймаємо рішення самостійно.

У педагогічній практиці, часто не враховується складність феномену критичного мислення, яке включає в себе синтетичне й аналітичне, репродуктивне й продуктивне, теоретичне й практичне мислення. Це означає, що у формуванні критичного мислення не може бути лінійного підходу, а відтак єдино правильного розуміння методики навчання мислити.

На основі проведеного аналізу наукової та методичної літератури зауважимо, що українські дослідники працюють над різними аспектами теорії розвитку критичного мислення в українських реаліях. Так, до прикладу, С. Терно розробив положення теорії розвитку критичного мислення, спираючись на процес вивчення історії та суспільствознавства (Терно, 2021). У працях О. Пометун представлено теорію розвитку критичного мислення учнів початкової школи в умовах НУШ (Пометун, 2020). Проте ці положення можна використати у конструюванні відповідних методик навчання будь-якому предмету, зокрема й математики.

Саме історія математики є важливим засобом формування критичного мислення учнів, адже вона демонструє, як розвивалися математичні ідеї, які суперечки виникали між ученими та як змінювалися підходи до розв'язання наукових проблем. Ознайомлення учнів з історичними аспектами математичних відкриттів допомагає усвідомити, що знання не з'являються миттєво, а є результатом пошуку, помилок, сумнівів і логічних роздумів.

Математичні задачі й теореми, доведені сотні та тисячі років тому, і досі вражають своєю красою та логічною витонченістю. Вивчаючи історію науки, бачимо, що більшість математичних ідей і понять, які згодом були систематизовані в теорії, виникли з практичних потреб і діяльності людини.

Водночас пошуки розв'язків багатьох математичних задач, поставлених життям, часто призводили до нових математичних відкриттів (Воєвода, 2012).

Для ефективного використання історії математики з метою розвитку критичного мислення учнів пропонуємо застосовувати наступні прийоми:

- проблемні ситуації;
- інтерактивні методи;
- дослідницькі проекти на історичну тематику;
- створення мініпрезентацій або відеороликів про математиків і їхні відкриття;
- розв'язування історичних задач.

Розглянемо детально кожен з вказаних вище прийомів.

Одним із найефективніших засобів розвитку критичного мислення учнів на уроках математики є створення проблемних ситуацій, зокрема з опорою на історичний матеріал. Проблема ситуація виникає тоді, коли учень стикається з питанням або суперечністю, для розв'язання якої потрібно мислити самостійно, аналізувати різні підходи, робити припущення, шукати аргументи. Саме в такому процесі розвивається критичне мислення.



2040 CAIRO - Flood Time near Pyramids.

До прикладу розглянемо наступну проблемну ситуацію для учнів 5 класу з теми «Вимірювання відрізків»:

Демонструємо картинку і ставимо запитання: «Як, на вашу думку, люди в Давньому Єгипті могли виміряти розміри землі після розливу Нілу, якщо не мали метрів чи рулеток?». Учні висувають різні

гіпотези, після чого відбувається обговорення різних способів вимірювання.

Інтерактивні методи навчання — це сучасний педагогічний інструмент, який перетворює урок на простір співпраці між учителем та учнями. Особливо ефективно їх застосовувати у поєднанні з історією математики, адже історичні факти, суперечки та відкриття надають навчальному процесу життєвості та глибини. Одним з варіантів інтерактивної взаємодії може бути робота в парах.

Для учнів 7 класу на перших уроках геометрії можна запропонувати наступне завдання для роботи в парах.

Встановіть відповідність між геометричним терміном та його походженням

№	Термін		Походження терміну
1.	Аксиома	А	Французьке <i>bissectrice</i> від латинських <i>bis</i> – двічі, <i>secare</i> – сікти, розтинати
2.	Бісектриса	Б	Латинське <i>gradus</i> – крок, ступінь
3.	Точка	В	Грецьке <i>γῆα</i> (гео) – земля, <i>μετρέιν</i> (метр) – міряю, вимірювати – дослівно землемірство
4.	Геометрія	Г	Грецьке <i>αἰομα</i> – гідність, повага
5.	Теорема	Д	Від латинського дієслова <i>punctum</i> – ткнути, доторкнутись
6.	Градус	Е	Грецьке <i>θεωρημα</i> – видовище, вистава. Як математичний термін вперше зустрічається в Архімеда в розумінні «істина, яка доступна для споглядання»

Відповідь занесіть в таблицю

	А	Б	В	Г	Д	Е
1.						
2.						
3.						
4.						
5.						
6.						

Розуміння етимології терміну допомагає учням зрозуміти як він з'явився і для чого був потрібен людям.

У сучасних умовах цифровізації суспільства учням можна запропонувати для виконання дослідницькі проекти як один з різновидів позаурочної роботи. Метою виконання таких проектів є створення умов, за яких учні самостійно здобувають знання з різних джерел, навчаються використовувати набуті знання для розв'язання нових пізнавальних і практичних завдань. Вибір тематики проектів може бути різним залежно від віку учнів та кола їх пізнавальних інтересів.

Пропонуємо для учнів профільної школи добірку дослідницьких проектів, пов'язаних із внеском українських математиків у розвиток світової математичної науки. За допомогою таких проектів можна виховувати в учнів патріотизм, почуття гордості за власну країну:

Українські математики – лауреати премії Філдса.

Видатні українські математики у світовій науці.

Математичне Поділля (учені-математики рідного краю).

Цікаві пам'ятники математиці і математикам.

Результати виконання проєктів можуть бути представлені у вигляді власних цифрових продуктів (мініпрезентацій або відеороликів) про життя та відкриття видатних математиків, які доцільно презентувати у соціальних мережах, зокрема Instagram, Tik-tok.

Такий вид діяльності ми успішно практикуємо й з майбутніми учителями у процесі вивчення вибіркової освітньої компоненти «Історія математики». Найкращі студентські роботи представлені на сторінці кафедри алгебри і методики навчання математики Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського у соціальних мережах Facebook (<https://www.facebook.com/department.algebra.mathteaching.vspu>) та Instagram.

Чудовим способом розвитку критичного мислення учнів може стати розв'язування історичних задач. Визначні математичні задачі, які переходили від одного народу до іншого, зберегли національний колорит, народну мудрість, містять чимало історичних відомостей. Серед них є задачі-«мандрівниці», знані ще в Стародавньому Єгипті, Вавилоні, Китаї та Індії, а втім, цікаві й нині.

Наступні задачі-«мандрівниці» варто розглянути при вивченні теми «Геометрична прогресія» у 9 кл.

У написаному 4000 років тому папірусі Ахмеса (Рінда) «Способи, за допомогою яких можна дійти до розуміння всіх темних речей, всіх таємниць, які містяться в речах» подана задача:

У семи людей по сім кішок; кожна кішка з'їдає по сім мишей, кожна миша з'їдає по сім колосків, із кожного колоска може вирости по сім мірок ячменю. Знайдіть числа цього ряду і їх суму.

Відповідь: 7, 49, 343, 2401, 16807. Сума – 19607.

Схожі задачі були відомі в народній математиці Київської Русі понад тисячу років тому.

Йшло сім сестриць, несло по сім палиць, на кожній палиці по сім сучків, на кожному сучку по сім торбин, у кожній торбині по сім паляниць. Скільки всіх паляниць?

На семи горах росте по сім дерев, під кожним деревом по сім нір, у кожній норі живуть по сім лисиць, у кожній лисиці по сім лисенят. Скільки всього лисиць?

Старовинна українська задача. *Стоїть стовп, а на стовпі сорок кілець, до кожного кільця прив'язано по 40 кобил, у кожній кобилі 40 лошат. Скільки всього лошат?*

Відповідь: 64000 лошат.

Співзвучну задачу аргентинський письменник Х. Л. Борхес в оповіданні «Жахливі дзеркала» (1934) «одягнув» у літературну форму.

«Тим, хто відкидає Слово, ... обіцяю я дивне Пекло. Бо кожен з них буде царювати над 999 царствами вогню, і в кожному царстві 999 вогняних гір, і на кожній горі 999 вогняних веж, і в

кожній вежі 999 вогняних кімнат, і в кожній кімнаті 999 вогняних лож, і на кожному з них буде лежати ... 999 вогняних фігур... » Скільки буде таких фігур? (Воевода, 2021, с. 74).

Перед розв'язуванням історичних задач учителю слід лаконічно, в доступній для сприйняття формі, повідомити учнів про автора задачі. Для ілюстрації задачі варто використати можливості штучного інтелекту, рисунки, кінофрагменти. Якщо дозволяє час, можна запропонувати учням розв'язування задачі методом автора, а потім – сучасним методом, звернувши увагу учнів на ті пояснення та помилки, які допускали в тлумаченні математичних понять учені різних епох.

Щоб учні прийшли до самостійного «перевідкриття» вже давно відкритого в математиці, а знання стали результатом їхніх власних пошуків, учителю необхідно вміло організувати ці пошуки, враховуючи, що емоції та емоційні стани мають значний вплив на пам'ять людини та на процес розвитку мислення. Відчувши «радість відкриття», учні сміливо йдуть на пошук розв'язання нових задач.

Висновки. Отже, історико-математичний матеріал стимулює учнів до розуміння самої сутності математичного пізнання: постановки проблеми, пошуку різних шляхів її розв'язання, перевірки правильності отриманих результатів. Розгляд математичних відкриттів у динаміці, через призму розвитку людського мислення, сприяє формуванню в учнів умінь аналізувати, порівнювати, узагальнювати, робити логічні висновки.

Методика розвитку критичного мислення учнів на уроках математики із застосуванням історичного матеріалу повинна включати: створення проблемних ситуацій; розв'язування історичних задач; створення ситуації вибору; організацію діалогу у процесі розв'язування проблемних задач (інтерактивні форми навчання). За таких умов навчання учнів набуватиме усвідомленості, самостійності, обґрунтованості, контрольованості та самоорганізованості, що і є основними ознаками критичності мислення.

***Конфлікт інтересів.** Автор декларує, що не має конфлікту інтересів стосовно даного дослідження, в тому числі фінансового, особистісного характеру, авторства чи іншого характеру, що міг би вплинути на дослідження та його результати, представлені в даній статті.*

***Використання засобів штучного інтелекту.** Автор підтверджує, що не використовував технології штучного інтелекту при створенні представленої роботи.*

Список використаних джерел

- Барболіна, О. С. (2016). Розвиток критичного мислення учнів шляхом розв'язання математичних задач. Таврійський вісник освіти, 4(56), 190–196.
- Воевода А.Л. (2012) Зацікавити математикою:(методичні матеріали для підвищення інтересу до математики), 181. <https://dspace.vspu.edu.ua/server/api/core/bitstreams/cfb6cd40-aldc-43bb-ala1-bd915b1fe829/content>
- Воевода А.Л. (2021) Цікава математика на уроках та в позаурочній роботі: методичний посібник, 184 DOI: <https://doi.org/10.31652/978-617-552-037-6-1-184>

- Державний стандарт базової середньої освіти. (2020, 30 вересня). Постанова Кабінету Міністрів України № 898. <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/898-2020-%D0%BF#n16>
- Демченко, Н. М. (2022). Розвиток критичного мислення в учнів початкових класів на уроках математики. *Психолого-педагогічні науки*, 3, 38–45. <https://doi.org/10.31654/2663-4902-2022-PP-3-38-45>
- Д'юї, Д. (2003). *Досвід і освіта* (М. Васильченко, пер.). Львів: Кальварія.
- Лякішева, А. В., Вітюк, В. В., & Кашуб'як, І. О. (2022). Кейсбук методів і прийомів технології розвитку критичного мислення в Новій українській школі: навчально-методичний посібник. Луцьк: ФОП Іванюк В. П.
- Максименко, С. Д., & Соловієнко, В. О. (2000). *Загальна психологія: навчальний посібник*. http://univer.nuczu.edu.ua/tmp_metod/875/Maksimenko_S.D._Zagal%27na_psihologiya.pdf
- Матяш, О. І. (2016). Геометрична компетентність як складова математичної компетентності учнів. *Математика в рідній школі*, 3, 28–32.
- Надурак, В. (2022). Критичне мислення: поняття та практика. *Філософія освіти*, 28(2), 129–147. <https://philosopheducation.com/index.php/philed/article/view/739>
- Пометун, О. І. (2020). *Нова українська школа: розвиток критичного мислення учнів початкової школи: навчально-методичний посібник*. Київ: Видавничий дім «Освіта». <https://lib.imzo.gov.ua/wa-data/public/site/books2/navchalno-metodychny-posibnyky/dlya-pedpraysivnykiv/Metody-%20Pometun.pdf>
- Пометун, О., & Сущенко, І. (2017). *Путівник з розвитку критичного мислення в учнів початкової школи: методичний посібник для вчителів*. Київ.
- Саух, П. (2021). Розвиток критичного мислення як провідний тренд сучасного освітнього процесу. *Неперервна професійна освіта: теорія і практика* (Серія: педагогічні науки), 2(67), 7–15. <https://doi.org/10.28925/1609-8595.2021.2.1>
- Скворцова, С. (2016). Розвиток критичного мислення в учнів початкової школи на уроках математики. *Науковий вісник Миколаївського національного університету імені В. О. Сухомлинського*. Серія: Педагогічні науки, 2, 163–169.
- Стіл, Дж., Мередіт, К., & Темпл, Ч. (2001). *Методична система «Розвиток критичного мислення у навчанні різних предметів»*. Київ: Науково-методичний центр розвитку критичного та образного мислення «Інтелект».
- Терно, С. (2021). Критичне мислення та філософське усвідомлення світу: посіб. для підготовки докторів філософії. Запоріжжя: Запорізький національний університет, 107 <https://dspace.znu.edu.ua/jspui/handle/12345/6164>
- Тягло, О. В. (2008). *Критичне мислення: навчальний посібник*. Харків: Основа.
- Чашечнікова, О. С. (2013). *Формування творчої особистості учнів. Розвиток математичних здібностей*. Суми.
- Ennis, R. H. (2018). Critical Thinking Across the Curriculum: A Vision. *Topoi* 37 (1), 165–184 <https://link.springer.com/article/10.1007/s11245-016-9401-4>
- Halpern D. (2014). *Thought and Knowledge: An Introduction to Critical Thinking* (5th ed.). Psychology Press.
- Lipman, M. (1991). A reflective model of educational practice. In *Thinking in Education* (pp. 7–25). Cambridge. <http://www.philosophy.ru/iphlas/library/deti/ch2.html>

References

- Barbolina, O. S. (2016). *Rozvytok krytychnoho myslennia uchniv shliakhom rozviazannia matematychnykh zadach* [in Ukrainian] (*Development of students' critical thinking through solving mathematical problems*). *Tavriiskyi visnyk osvity*, 4(56), 190–196.
- Voevoda, A. L. (2012). *Zatsikavyty matematykoiu: metodychni materialy dlia pidvyshchennia interesu do matematyky* [in Ukrainian] (*How to interest students in mathematics: Methodological materials*) (p. 181). <https://dspace.vspu.edu.ua/server/api/core/bitstreams/cfb6cd40-a1dc-43bb-a1a1-bd915b1fe829/content>

- Voevoda, A. L. (2021). *Tsikava matematyka na urokakh ta v pozaurochnii roboti: metodychnyi posibnyk* [in Ukrainian] (*Interesting mathematics in lessons and extracurricular activities: A methodological guide*) (p. 184). <https://doi.org/10.31652/978-617-552-037-6-1-184>
- Kabinet Ministriv Ukrainy. (2020). *Derzhavnyi standart bazovoi serednoi osvity* [in Ukrainian] (*State Standard of Basic Secondary Education*). <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/898-2020-%D0%BF#n16>
- Demchenko, N. M. (2022). Rozvytok krytychnoho myslennia v uchniv pochatkovykh klasiv na urokakh matematyky [in Ukrainian] (*Development of critical thinking in primary school students in mathematics lessons*). *Psykholoho-pedahohichni nauky*, 3, 38–45. <https://doi.org/10.31654/2663-4902-2022-PP-3-38-45>
- Diui, D. (2003). *Dosvid i osvita* (M. Vasylenko, Trans.) [in Ukrainian] (*Experience and Education*). Kalvariia.
- Liakisheva, A. V., Vitiuk, V. V., & Kashub'iak, I. O. (2022). *Keisbook metodiv i pryimiv tekhnolohii rozvytku krytychnoho myslennia v Novii ukrainskii shkoli* [in Ukrainian] (*Casebook of methods and techniques of critical thinking development technology in the New Ukrainian School*). FOP Ivaniuk V. P.
- Maksymenko, S. D., & Soloviienko, V. O. (2000). *Zahalna psykhologhiia: navchalnyi posibnyk* [in Ukrainian] (*General psychology: Textbook*). http://univer.nuczu.edu.ua/tmp_metod/875/Maksimenko_S.D._Zagal%27na_psihologiya.pdf
- Matyash, O. I. (2016). *Heometrychna kompetentnist yak skladova matematychnoi kompetentnosti uchniv* [in Ukrainian] (*Geometric competence as a component of students' mathematical competence*). *Matematyka v ridnii shkoli*, 3, 28–32.
- Nadurak, V. (2022). *Krytychne myslennia: poniattia ta praktyka* [in Ukrainian] (*Critical thinking: Concept and practice*). *Filosofia osvity*, 28(2), 129–147. <https://philosopheducation.com/index.php/philed/article/view/739>
- Pometun, O. I. (2020). *Nova ukrainska shkola: rozvytok krytychnoho myslennia uchniv pochatkovoї shkoly: navchalno-metodychnyi posibnyk* [in Ukrainian] (*New Ukrainian School: Development of critical thinking of primary school students: A methodological guide*). Vydavnychiy dim "Osvita". <https://lib.imzo.gov.ua/wa-data/public/site/books2/navchalno-metodychny-posibnyky/dlya-pedpraysivnykiv/Metody-%20Pometun.pdf>
- Pometun, O., & Sushchenko, I. (2017). *Putivnyk z rozvytku krytychnoho myslennia v uchniv pochatkovoї shkoly: metodychnyi posibnyk dlia vchyteliv* [in Ukrainian] (*Guide to developing critical thinking in primary school students: A teacher's manual*). Kyiv.
- Saukh, P. (2021). *Rozvytok krytychnoho myslennia yak providnyi trend suchasnoho osvitnoho protsesu* [in Ukrainian] (*Critical thinking development as a leading trend of modern educational process*). *Neperervna profesiina osvita: teoriia i praktyka*, 2(67), 7–15. <https://doi.org/10.28925/1609-8595.2021.2.1>
- Skvortsova, S. (2016). *Rozvytok krytychnoho myslennia v uchniv pochatkovoї shkoly na urokakh matematyky* [in Ukrainian] (*Development of critical thinking in primary school students in mathematics lessons*). *Naukovyi visnyk Mykolaivskoho natsionalnoho universytetu im. V. O. Sukhomlynskoho. Pedahohichni nauky*, 2, 163–169.
- Stil, Dzh., Meredyt, K., & Templ, Ch. (2001). *Metodychna systema "Rozvytok krytychnoho myslennia u navchanni riznykh predmetiv"* [in Ukrainian] (*Instructional system "Critical thinking development in teaching various subjects"*). *Naukovometodychnyi tsentr rozvytku krytychnoho ta obraznoho myslennia "Intelekt"*.
- Terno, S. (2021). *Krytychne myslennia ta filosofske usvidomlennia svitu: posibnyk dlia pidhotovky doktoriv filosofii* [in Ukrainian] (*Critical thinking and philosophical awareness of the world: A guide for PhD preparation*). Zaporizhzhia National University. <https://dspace.znu.edu.ua/jspui/handle/12345/6164>
- Tiahlo, O. V. (2008). *Krytychne myslennia: navchalnyi posibnyk* [in Ukrainian] (*Critical thinking: Textbook*). Osnova.
- Chashechnikova, O. S. (2013). *Formuvannia tvorchoi osobystosti uchniv. Rozvytok matematychnykh zdibnostei* [in Ukrainian] (*Formation of students' creative personality. Development of mathematical abilities*). Sumy.
- Ennis, R. H. (2018). Critical thinking across the curriculum: A vision. *Topoi*, 37(1), 165–184. <https://link.springer.com/article/10.1007/s11245-016-9401-4>
- Halpern, D. (2014). *Thought and knowledge: An introduction to critical thinking* (5th ed.). Psychology Press.
- Lipman, M. (1991). A reflective model of educational practice. In *Thinking in education* (pp. 7–25). Cambridge. <http://www.philosophy.ru/iphra/library/deti/ch2.html>

Отримано / Received 26.10.2025

Прийнято до друку / Accepted 26.11.2025

Опубліковано / Published 22.12.2025