

УДК 37.016:512

Шляхи попередження та виправлення помилок учнів при розв'язуванні рівнянь в курсі алгебри 7-9 класів

Людмила Наконечна¹, Ярослав Наконечний², Катерина Поліщук³

^{1,2,3} Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського,
кафедра алгебри і методики навчання математики, м. Вінниця, Україна

¹ liudmila.nakonechna@vspu.edu.ua
<https://orcid.org/0000-0001-6348-2180>

² yaroslav.nakonechnyi@gmail.com
<https://orcid.org/0009-0005-7966-6765>

³ slobodanyk200303@gmail.com
<https://orcid.org/0009-0008-1534-9404>

Анотація. У статті обґрунтовано необхідність діяльності учителів математики, спрямованої на попередження та виправлення типових помилок учнів, виокремлено типові помилки учнів в процесі розв'язування рівнянь курсу алгебри основної школи, проаналізовано шляхи попередження та усунення цих помилок, розглянуто можливості використання сучасних онлайн-платформ для підвищення превентивної діяльності вчителя, продемонстровано приклади використання конкретних онлайн-платформ у процесі вивчення квадратних рівнянь.

Ключові слова: типові математичні помилки учнів, профілактика помилок, класифікація учнівських помилок, онлайн-платформи.

1. Вступ

Недостатня підготовка учнів з математики, виявлена за результатами контрольних та діагностичних робіт, ДПА, ЗНО, НМТ та дослідження PISA, спонукає до пошуку нових методів та технологій навчання учнів математики. Важливим аспектом навчального процесу має стати робота над математичними помилками учнів та профілактика помилок, адже попередження помилок значно важливіше, ніж їх виправлення. Водночас помилки учнів - це цінні можливості для навчання. Замість того, щоб розглядати їх як щось негативне, помилки можна використовувати як можливості для глибшого розуміння учнями матеріалу. Вчителі, які можуть ефективно використовувати помилки учнів, можуть допомогти своїм учням досягти кращих результатів.

Викладачі математики, методисти, психологи та науковці активно досліджують проблему виникнення помилок учнів та методи їх усунення. Українські науковці, такі як Г. П. Бевз, Л.А.Благодир, О. С. Дубинчук, С. І. Зенько, І. М. Кирилецький, З. І. Слепкань, Л. П. Черкаська, В.О. Швець у своїх роботах розглядали різні аспекти

методичної роботи над математичними помилками. Н. А. Тарасенкова запропонувала способи оперативного коректування, а Г.В. Іщенко досліджувала коректувальну функцію навчальних задач.

Традиційні учнівські класи зазвичай характеризуються значною неоднорідністю щодо знань і навичок учнів з математики. Вчителі математики повинні бути дуже уважними до мислення учнів, труднощів у навчанні та будь-яких неправильних математичних уявлень, які можуть сформуватися в учнів. Виявлення потенційних помилок і відповідних способів їх усунення має вирішальне значення для досягнення позитивних результатів навчання.

2. Постановка проблеми

Змістова лінія «Рівняння» є однією із ключових у процесі вивчення математики у основній школі. З рівняннями учні знайомляться ще з початкової школи, а потім продовжують вивчення в основній та старшій школі. У курсі алгебри 7-9 класів, відповідно до навчальної програми з математики, вивчаються наступні види рівнянь: лінійні, квадратні та біквадратні, дробово-раціональні, рівняння, що містять квадратні корені з невідомого та модулі. Ця тема багата за своїм змістовим наповненням, за способами, прийомами та методами розв’язування рівнянь, а також застосуваннями у процесі вивчення ряду інших тем шкільного курсу математики. Важливе місце належить використанню рівнянь до розв’язування текстових задач. Метод рівнянь – один із алгебраїчних методів розв’язування текстових задач не тільки у математиці, але й в інших галузях наукового знання.

Такими чином, змістова лінія рівнянь у основній школі посідає вагоме місце та є важливим математичним апаратом для розв’язування різноманітних задач прикладного характеру. Водночас учні часто допускають помилки у процесі розв’язування рівнянь, навіть лінійних та квадратних. Наприклад, під час ЗНО з математики у 2020 році із завданням, у якому потрібно було вибрати із запропонованих варіантів корені квадратного рівняння (рис. 1) не впоралося 30,3% учнів [1, 9], а під час ЗНО з математики у 2021 році із лінійним рівнянням (рис. 2) не впоралося 42,3% учнів [10]. Ці результати є ще більш невтішними, тому що у наведених завданнях рівняння можна було і не розв’язувати, а просто методом підстановки вибрати корені із запропонованих варіантів. Останнє свідчить про те, що учні часто не лише допускають помилки у процесі розв’язування рівнянь, але й не розуміють, що називають коренем рівняння.

Розв’яжіть рівняння $x^2 - 4x + 3 = 0$.

| А | Б | В | Г | Д |
|-------|------|--------|-------|-------|
| -4; 3 | 1; 3 | -3; -1 | -2; 3 | -1; 4 |

Рис.1. Завдання ЗНО з математики 2020 року

4. Укажіть корінь рівняння $1 - 5x = 0$.

| А | Б | В | Г |
|---|----------------|---------------|---|
| 5 | $-\frac{1}{5}$ | $\frac{1}{5}$ | 4 |

Рис. 2. Завдання ЗНО з математики 2021 року

Як показує аналіз літератури з проблеми дослідження учні допускають помилки, зокрема у процесі розв’язування рівнянь, з різних причин. Варто вчасно з’ясувати

походження цих математичних помилок та дібрати необхідний методичний прийом чи метод для їх попередження та усунення.

Метою даної статті є виокремити типові помилки учнів в процесі розв'язування рівнянь курсу алгебри основної школи, проаналізувати шляхи попередження та усунення цих помилок, розглянути можливості сучасних онлайн-платформ для підвищення ефективності превентивної діяльності вчителя.

3. Основні результати

Людмила Благодир та Василь Швець [4] вважають, що проблему попередження і виправлення помилок учнів під час вивчення математики доцільно розглядати з погляду поділу навчального матеріалу на змістові лінії. При розв'язуванні рівнянь учні досить часто припускаються помилок. З.І. Слєпкань [11] вважала, що типові помилки допускаються частиною учнів навіть у випадку вдалого пояснення вчителя, який акцентує увагу на цих помилках. Це пов'язано, перш за все з тим, що людська свідомість, як правило, об'єктивно не в змозі охопити всі сторони явища. Водночас допущену учнем помилку вчитель повинен використати для поглибленого розуміння школярами математичних фактів та закономірностей. Помилки бувають випадковими і систематичними. Випадковими вважаються помилки, які трапляються зрідка. Стійкі ж помилки, які виникають неодноразово в одного і того ж учня, або які виникають у багатьох учнів, називаються типовими помилками.

Робота учителя математики дуже часто спрямована в основному на виправлення допущених учнями помилок та корекцію їх знань, навичок та умінь. Водночас науковці (зокрема Л.А. Благодир [3, 4]) наголошують на необхідності здійснення так званої «превентивної діяльності», яка спрямована на запобігання та попередження типових математичних помилок учнів, що сприяє їх недопущенню у майбутньому. Зауважимо, що реалізація вказаної діяльності є досить складним процесом, потребує психолого-педагогічного аналізу типових помилок школярів і безпосередньо розуміння та розкриття причин їхнього виникнення. При цьому важливо виділити певні методи та методичні прийоми організації цієї діяльності, що сприяє профілактиці помилок при вивченні рівнянь у курсі алгебри основної школи.

Всі помилки, що виникають у процесі розв'язування рівнянь можна класифікувати на:

- фактичні (не вміння застосовувати теоретичний матеріал при розв'язуванні задач, неправильне розуміння формул та означень тощо);
- логічні (неправильне розуміння та використання зв'язків у процесі міркувань, пропуск логічних кроків, порушення рівносильності у процесі перетворень рівнянь);
- мовні (помилки при вживанні математичних термінів та символіки, русизми, лексичні помилки тощо);
- графічні (неправильна побудова графіків рівнянь) [5, 11].

Помилки логічного характеру у більшості випадків пов'язані із недостатнім засвоєнням матеріалу щодо основних методів та прийомів розв'язування. Порушення алгоритмів виконання, як правило, приводить до нераціонального розв'язання та виникнення помилок. Саме тому, доцільно окремо звертати увагу учнів на такі завдання, розв'язання яких потребує алгоритмічного підходу.

Відтворюючи основні означення, теореми та інші твердження учні інколи допускають *мовні помилки*. Для попередження такого типу помилок слід майже на кожному занятті повторювати основні теоретичні твердження шляхом проведення математичних диктантів, фронтального опитування тощо. Важливо вчити учнів обґрунтовувати розв'язання рівнянь.

Значно рідше виникають *помилки графічного характеру*, оскільки у ході розв'язування рівнянь учні застосовують графічний метод розв'язання лише тоді, коли того вимагає умова. А таких завдань у шкільних підручниках не багато. Проте є деякі завдання на розв'язування рівнянь, коли відразу не вдається знайти корінь, тоді можна побудувати графіки відповідних функцій, щоб перевірити наявність (чи відсутність) коренів. Для попередження графічних помилок доречно повторювати види, властивості вивчених функцій та особливості їхніх графіків.

Більшість помилок, які виникають при розв'язуванні рівнянь є *фактичними*. Вони пов'язані з прогалинами у знаннях учнів. Розглянемо найпоширеніші з них.

1) Учні часто забувають знаходити ОДЗ при розв'язуванні рівнянь, що може призвести до появи сторонніх коренів. Звичайно, це не є суттєвим для лінійних та квадратних рівнянь. Проте, про знаходження ОДЗ не слід забувати при розв'язуванні дробово-раціональних рівнянь. Краще привчити учнів знаходити ОДЗ для рівняння на першому етапі та в подальшому, у ході розв'язання, перевіряти чи знайдений розв'язок входить до області допустимих значень.

2) Учні допускають помилки у процесі виконання тотожних перетворень:

- ✓ в процесі обчислень;
- ✓ при перенесенні доданків з однієї частини рівняння в іншу не змінюють знак доданка;
- ✓ при винесенні за дужки спільного множника;
- ✓ при зведенні подібних доданків;
- ✓ при розкритті дужок;
- ✓ при використанні формул скороченого множення;
- ✓ у процесі перетворення дробових виразів (зведення до спільного знаменника, скорочення, додавання і віднімання, множення і ділення раціональних дробів) тощо.

3) У процесі розв'язування рівнянь учні часто порушують правила рівносильних перетворень рівнянь, зокрема внаслідок ділення рівняння на вираз зі змінною або піднесення частин рівняння до квадрату, або зведення подібних доданків [11,12].

4) Учні помилково розв'язують рівняння виду раціональний дріб рівний нулю, встановлюючи повну аналогію з розв'язуванням рівняння, у якому добуток двох виразів зі змінною дорівнює нулю.

5) Учні допускають помилки при розв'язуванні квадратних рівнянь через незнання та неправильне застосування теореми Вієта та формул для знаходження дискримінанта та коренів рівняння [1].

6) При розв'язуванні рівнянь учні часто вибирають не раціональний спосіб розв'язання і це приводить до виникнення помилок або громіздких обчислень.

Вважаємо, що для ефективної роботи над помилками учитель, зокрема, має:

- 1) мати ґрунтовні знання з математики, щоб швидко виявляти помилки учнів як у письмових роботах, так і усних відповідях;
- 2) уміти правильно реагувати на допущені помилки - не ігнорувати, не карати учня за помилки, а використати помилку учня, щоб допомогти йому краще зрозуміти матеріал. Це може включати обговорення помилки з класом, надання додаткових пояснень або надання учню можливості виправити свою помилку.
- 3) знати типові помилки учнів з кожної теми, щоб у процесі вивчення нового матеріалу організувати навчальний процес таким чином, щоб попередити ці типові помилки [7, 8].

Сучасним ефективним засобом попередження типових помилок учнів є різноманітні інформаційні технології та он-лайн платформи та тренажери. Їхнє

використання дає можливість персоналізувати роботу учнів, оперативно з'ясувати, які ж помилки допускає кожен учень та провести відповідну роботу над помилками. На сьогоднішній день багато різних платформ для розробки інтерактивних тренажерів, такі як Мій клас, Wordwall, LearningApps, Quizizz, Quillionz, Wizer та ін.

У якості тренажера для запобігання математичних помилок рекомендуємо використовувати додаток LearningApps. LearningApps.org – це онлайн-сервіс для створення електронних навчальних ресурсів – різноманітних тестових завдань та ігор різної структури, що містить ілюстрації, аудіо- та відеофрагменти. Цей додаток дає можливість вчителю математики створювати власні завдання (тести, відповідники, завдання на встановлення послідовності кроків, кросворди, вікторини, завдання на заповнення окремих віконців у розв'язуванні задач, або у формулюваннях правил, теорем, чи їх доведень). Цей хмарний додаток є безкоштовним, містить величезний банк готових вправ, які учитель може редагувати, керувати рівнем складності, змінювати (зменшувати чи збільшувати) кількість завдань тощо. Для кожної вправи є можливість продумати систему підказок, що допоможе учням розв'язати завдання та завчасно попередити виникнення математичних помилок. Вправи, які ви створили, можна зберегти для подальшої роботи або опублікувати. [13]

Розглянемо завдання, які варто запропонувати учням під час вивчення повних квадратних рівнянь. На рис. 3 представлено завдання на класифікацію квадратних рівнянь у залежності від кількості коренів, на рис. 4 запропоновано завдання для відпрацювання алгоритму розв'язування квадратних рівнянь за допомогою формули коренів квадратного рівняння, на рис. 5 – завдання для відпрацювання навичок розв'язування квадратних рівнянь, на рис. 6 - завдання із параметром у квадратному рівнянні. Усі ці завдання можна розв'язувати або у класі, або пропонувати учням для домашньої роботи з математики.

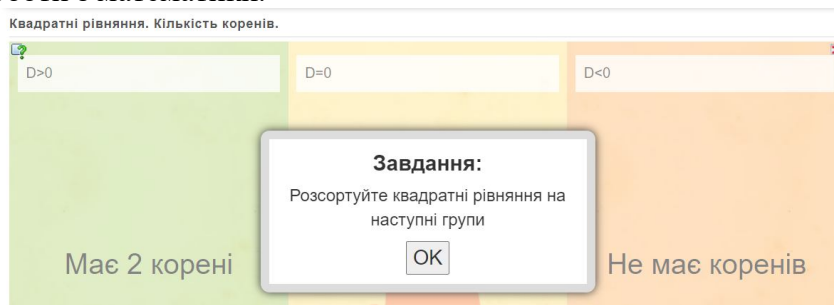


Рис. 3. Завдання в LearningApps на класифікацію квадратних рівнянь



Рис. 4. Завдання в LearningApps для відпрацювання алгоритму розв'язування квадратного рівняння за допомогою формули коренів квадратного рівняння

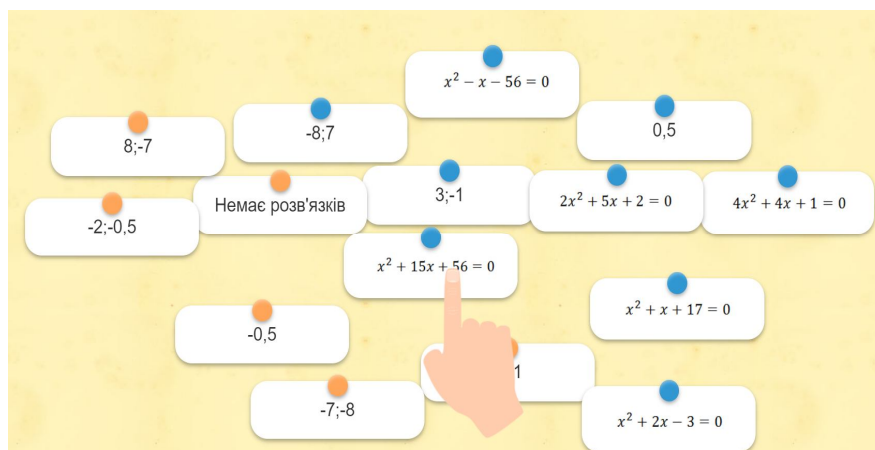


Рис. 5. Завдання в LearningApps для відпрацювання навичок розв'язування квадратних рівнянь

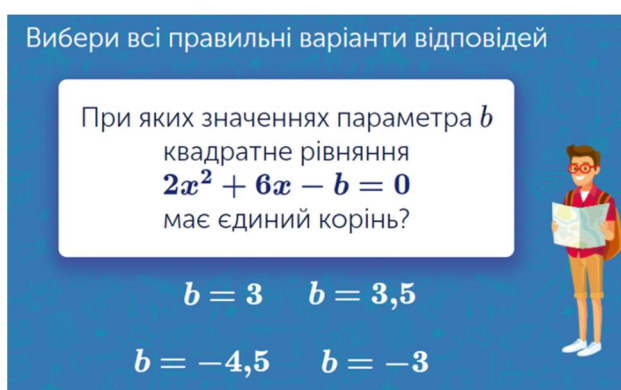


Рис. 6. Завдання в LearningApps із параметром у квадратному рівнянні

Потужним інструментом для відпрацювання навичок розв'язування однотипних завдань, зокрема відпрацювання навичок учнів розв'язувати рівняння та попередження математичних помилок є тренажер платформи МійКлас. У цьому середовищі до кожної теми розроблені завдання різного рівня складності. У разі неправильного розв'язання завдання учень може переглянути правильне розв'язання, щоб з'ясувати свої помилки та спробувати розв'язати аналогічне завдання, яке система автоматично згенерує (кількість спроб є необмеженою). Продемонструємо це на прикладі вивчення теореми Вієта. Припустимо, що учень при розв'язуванні завдання середнього рівня складності допустив помилку (рис. 7), тоді програма запропонує виконати аналогічне завдання (рис. 8) або, за власним бажанням, учень може обрати простіше завдання (рис. 9).

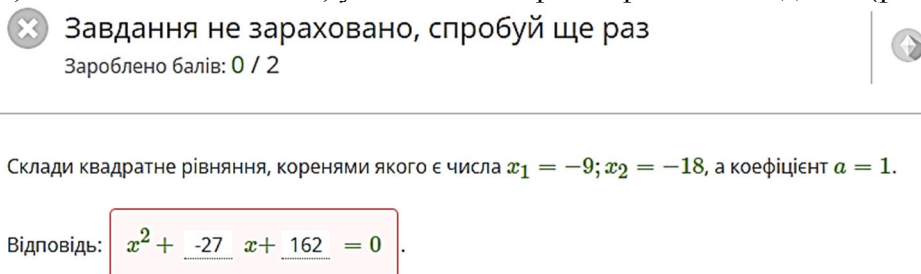


Рис. 7. Завдання у МійКлас, розв'язане неправильно

Склади квадратне рівняння, коренями якого є числа $x_1 = -4$; $x_2 = -13$, а коефіцієнт $a = 1$.

Відповідь: $x^2 + \square x + \square = 0$.

Відповісти!

Рис. 8 Аналогічне завдання у МійКлас, згенероване системою

Маємо квадратне рівняння: $x^2 + 8,9x - 10,7 = 0$

Вкажи суму та добуток коренів.

Відповідь:

$x_1 + x_2 = \square$ $x_1 \cdot x_2 = \square$

Відповісти!

Рис. 9. Завдання у МійКлас, легшого рівня на формули Вієта

Унікальність МійКлас полягає в його концепції «навчати не форсуючи», та в його технологічній складовій — генерації умов завдань і автоматичній перевірці відповідей.

Ресурс пропонує автоматичну генерацію типових завдань. Діти, вирішуючи такі завдання, напрацьовують навички розв'язання конкретної задачі з будь-якого предмета. Після кожного перезапуску завдання МійКлас автоматично створює нові умови вправи, змушуючи учня вирішувати однотипні завдання в режимі «нескінченного тренування».

Ресурс дозволяє дітям самостійно засвоювати матеріал, навчаючись на власних помилках. Це можливо завдяки функціоналу «Кроки розв'язання». Виконавши завдання і, побачивши свій результат, дитина може отримати доступ до детального пояснення розв'язання завдання. Це має декілька освітніх цінностей:

✓ Навчання на власних помилках від практики до розуміння теорії є «the basic task of education» — навчити мислити, аналізувати, розуміти і відтворювати.

✓ Градація завдань за складністю дозволяє створити «зону ближнього розвитку» (за аналогією з таксономією Блума), що дозволяє усім дітям просуватися вперед, не заважаючи при цьому один одному.

✓ З'являється довіра, інтерес і мотивація, оскільки учень може працювати так, як йому зручно і з прийнятним особисто йому темпом (сюди варто віднести такий важливий елемент мотивації, як таке навчання, коли помилки здійснюються у своїй зоні, а не при всьому класі).

✓ У МійКлас учень заробляє бали у розділі «ТОПи» за кожен правильну відповідь. Це привносить елемент гри в рутинний процес відпрацювання навички, а, як відомо, гра і змагання природні для дитини (саме тому геній педагогіки ХХ століття Марія Монтесорі тріумфально увійшла до життя батьків і дітей, запропонувавши ігровий підхід у навчанні) [14].

Wordwall є багатофункціональним інструментом для створення як інтерактивних, так і друкованих матеріалів. Сайт www.wordwall.net є набором шаблонів, на базі яких ви створюєте свої власні навчальні ресурси у вигляді вправ, презентацій, завдань, ігор без будь-яких спеціальних навичок з ІКТ, а потім включаєте їх у свої уроки, а також для домашнього завдання. Також можна редагувати будь-яке готове завдання, налаштувати матеріал відповідно до вашого уроку та вашого стилю викладання, перетворити ресурс на вікторину або пошук слів і є ще багато інших можливостей. Інтерактивні вправи можна легко оформляти у різних темах. Кожна тема змінює

зовнішній вигляд за рахунок різної графіки, шрифтів та звуку. Ви також знайдете додаткові параметри, щоб встановити таймер або змінити хід гри. Також можна встановлювати крайній термін здачі, демонстрацію відповідей, повторну гру, показ рейтингу класу.

Ще однією особливістю платформи Wordwall є те, що можна швидко змінювати шаблони, при цьому контент залишається тим самим. Більше того, змінюючи шаблони, можна використовувати одне завдання на різних етапах уроку та стадіях вивчення тієї чи іншої теми. Наприклад, нові терміни, з якими учні знайомляться на уроці можна вводити, використовуючи шаблон «Зіставлення», а додому для повторення можна це ж завдання запропонувати у вигляді ігор, таких як «Шибениця», «Кросворд», «Пошук слів» та інші. [15]

На рисунку 10 представлені різні види завдань, які можна використовувати під час вивчення квадратних рівнянь (на визначення коефіцієнтів квадратного рівняння, видів, знаходження коренів рівняння, застосування формул Вієта). Ці завдання можна використовувати як під час фронтальної роботи в класі на етапі вивчення нового матеріалу, так і для персоніфікованого закріплення знань учнями, так і для контролю за рівнем засвоєння матеріалу учнями. Автоматична перевірка результатів учнів дає можливість здійснювати оперативний зворотній зв'язок, що позитивно впливає на роботу над помилками учнів.

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|---|--------------------|------------|-----------|---------------------|----------------|---------------|---------------|----------------|---------------------|----------------|------------------|----------------|--|--|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|---|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| <p>Чому дорівнює перший коефіцієнт квадратного рівняння $8x^2 + 5x - 13 = 0$</p> <p>A 8 B 5 C 13 D -13</p> | <p>Які з даних рівнянь є квадратними:</p> <p>A $-7x^2 - 8x - 1 = 0$ B $\frac{25x}{4} = 0$ C $6x - 20x = 0$ D $x^2 - x + 1 = 0$ E $x^4 + x^2 + 3 = 0$ F $-4x^3 = 0$</p> | <p>Визначити коефіцієнти квадратного рівняння $-7x^2 - 8x - 1 = 0$</p> <p>A a=7, v=-8, c=-1 B a=-1, v=-8, c=-1 C a=-7, v=-8, c=1 D a=-7, v=8, c=-1 E a=-7, v=-8, c=-1 F a=-7, v=8, c=1</p> | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <p>Знайдіть суму та добуток коренів квадратного рівняння $x^2 - 2x - 8 = 0$</p> <p>A 2; -8 B -2; -8 C 2; 8 D -2; 8</p> | <p>$x_1 = -3, x_2 = 7$</p> <p>A $-x^2 + 6x + 55 = 0$ B $3x^2 - 12x - 15 = 0$ C $-6x^2 - 7x - 1 = 0$ D $x^2 - 6x - 7 = 0$ E $x^2 - 4x - 21 = 0$ F $x^2 + x - 56 = 0$ G $-5x^2 + 7x - 2 = 0$ H $x^2 + 3x - 10 = 0$ I $x^2 + 4x + 3 = 0$ J $2x^2 - 5x + 3 = 0$</p> | <p>Виберіть квадратне рівняння, сума коренів якого дорівнює -2, а добуток -15.</p> <p>A $x^2 - 2x - 15 = 0$ B $x^2 - 15x - 2 = 0$ C $x^2 + 15x - 2 = 0$ D $x^2 + 2x - 15 = 0$</p> | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <table border="1"> <tbody> <tr> <td>$4z^2 - 49 = 0$</td> <td>$-b^2 + 5 - 4b = 0$</td> <td>$3x^2 - x + 1 = 0$</td> </tr> <tr> <td>$-c^2 = 0$</td> <td>$t^2 = 0$</td> <td>$6 - 2c^2 + 4c = 0$</td> </tr> <tr> <td>$2t^2 - t = 0$</td> <td>$x^2 - 5 = 0$</td> <td>$f^2 + 4 = 0$</td> </tr> <tr> <td>$5d - d^2 = 0$</td> <td>$-x + 4x^2 + 2 = 0$</td> <td>$5 - 2b^2 = 0$</td> </tr> <tr> <td>$0,5f - f^2 = 0$</td> <td>$x^2 + 4x = 0$</td> <td></td> </tr> </tbody> </table> | $4z^2 - 49 = 0$ | $-b^2 + 5 - 4b = 0$ | $3x^2 - x + 1 = 0$ | $-c^2 = 0$ | $t^2 = 0$ | $6 - 2c^2 + 4c = 0$ | $2t^2 - t = 0$ | $x^2 - 5 = 0$ | $f^2 + 4 = 0$ | $5d - d^2 = 0$ | $-x + 4x^2 + 2 = 0$ | $5 - 2b^2 = 0$ | $0,5f - f^2 = 0$ | $x^2 + 4x = 0$ | | <p>Повне квадратне рівняння</p> <table border="1"> <tbody> <tr><td><input type="text"/></td><td><input type="text"/></td></tr> <tr><td><input type="text"/></td><td><input type="text"/></td></tr> </tbody> </table> <p>Неповне квадратне рівняння (b=0, c≠0)</p> <table border="1"> <tbody> <tr><td><input type="text"/></td><td><input type="text"/></td></tr> <tr><td><input type="text"/></td><td><input type="text"/></td></tr> </tbody> </table> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <p>Неповне квадратне рівняння (b≠0, c=0)</p> <table border="1"> <tbody> <tr><td><input type="text"/></td><td><input type="text"/></td></tr> <tr><td><input type="text"/></td><td><input type="text"/></td></tr> </tbody> </table> <p>Неповне квадратне рівняння (b=0, c=0)</p> <table border="1"> <tbody> <tr><td><input type="text"/></td><td><input type="text"/></td></tr> <tr><td><input type="text"/></td><td><input type="text"/></td></tr> </tbody> </table> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> |
| $4z^2 - 49 = 0$ | $-b^2 + 5 - 4b = 0$ | $3x^2 - x + 1 = 0$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| $-c^2 = 0$ | $t^2 = 0$ | $6 - 2c^2 + 4c = 0$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| $2t^2 - t = 0$ | $x^2 - 5 = 0$ | $f^2 + 4 = 0$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| $5d - d^2 = 0$ | $-x + 4x^2 + 2 = 0$ | $5 - 2b^2 = 0$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| $0,5f - f^2 = 0$ | $x^2 + 4x = 0$ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <input type="text"/> | <input type="text"/> | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <input type="text"/> | <input type="text"/> | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <input type="text"/> | <input type="text"/> | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <input type="text"/> | <input type="text"/> | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <input type="text"/> | <input type="text"/> | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <input type="text"/> | <input type="text"/> | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <input type="text"/> | <input type="text"/> | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <input type="text"/> | <input type="text"/> | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Рис. 10. Приклади різних завдань у середовищі Wordwall на розв'язування квадратних рівнянь

Ще один популярний онлайн-сервіс, який використовується мільйонами людей у понад 100 країнах світу для того, щоб перетворити уроки на цікаві та інтерактивні вікторини це Quizizz. Цей безкоштовний онлайн-сервіс перетворює навчання на захоплюючу гру, роблячи його цікавим як для вчителів, так і для учнів. Учні можуть змагатися один з одним, співпрацювати в команді та ділитися своїми результатами в соціальних мережах. Вагомою перевагою даного сервісу є можливість миттєвого зворотного зв'язку: просування учнів та результати тестів можна відстежувати у режимі реального часу. Це дає можливість виявляти прогалини в знаннях та типові помилки учнів, планувати подальшу роботу над помилками на основі отриманих даних. [16]

Quizizz можна використовувати для різних цілей: перевірка знань після вивчення теми, оцінювання розуміння нового матеріалу, проведення контрольних тестів, як домашнє завдання. У даному онлайн-сервісі є величезна бібліотека готових вікторин на будь-яку тему, їх легко редагувати або створювати свої власні вікторини з унікальними запитаннями, зображеннями та відео, можливістю вводити математичні формули. До того ж у Quizizz можна імпортувати власні тести, створені у гуглформах, надсилати покликання на вікторини у гуглклас.



Рис. 11. Тестове завдання у Quizizz із варіантами відповіді

Тут можна створювати кросворди, завдання, в яких можна вибирати варіанти відповіді (рис. 11), завдання, у яких можна вводити відповіді, або навіть завантажувати розв'язання завдань (рис. 12).

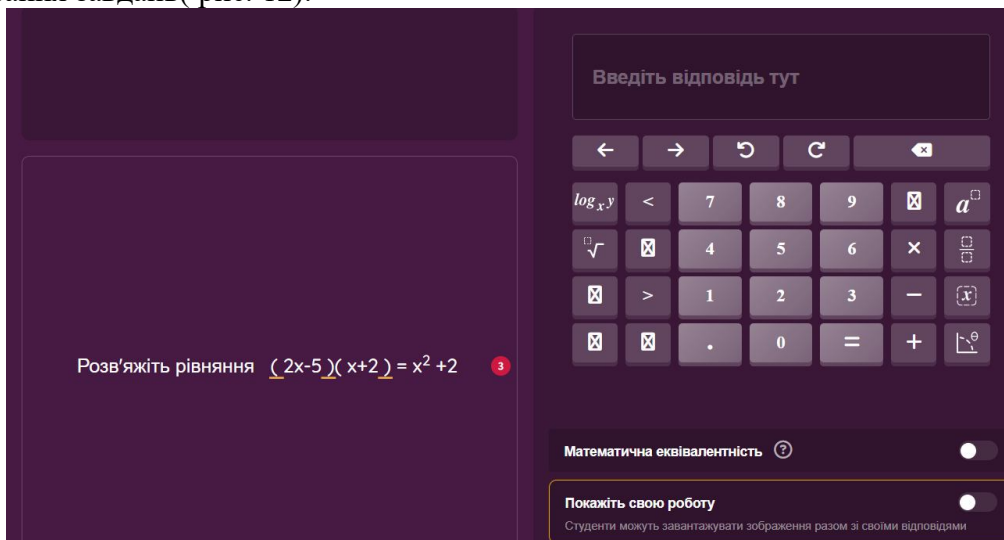


Рис. 12. Завдання у Quizizz із можливістю введення відповіді

Висновки. Рівні знань та навичок учнів з математики часто характеризуються значною різницею. Це ставить перед вчителями математики виклик: їм необхідно бути уважними до особливостей мислення кожного учня, труднощів, з якими вони стикаються, та помилкових уявлень, які вони можуть мати. Вміння вчителя вчасно розпізнавати потенційні помилки учнів та обирати правильні методи їх виправлення є вагомим фактором, що впливає на успішність навчання учнів. Учителі відіграють ключову роль у тому, як помилки учнів використовуються в навчальному процесі. Учитель має здійснювати як превентивну діяльність з приводу помилок учнів, так і роботу над помилками. Запорукою успішної превентивної діяльності є налагодження

ефективної взаємодії та комунікації між вчителем математики та учнями. Робота над помилками має бути цілеспрямованою. Вчителю варто пояснити учням як виконувати аналіз математичних помилок, навчити їх правильно працювати над помилками, намагатися з'ясувати причину їх виникнення, передбачати та аналізувати найпоширеніші помилки. Вчитель повинен при поясненні нового матеріалу намагатися передбачити можливі помилки учнів та розробити систему завдань, які дозволять правильно засвоїти нові поняття. Крім того, вчитель математики повинен пам'ятати, що систематичне та планомірне повторення є основним інструментом для ліквідації прогалин у знаннях учнів. Дієвим засобом у справі попередження помилок учнів є сучасні інтерактивні комп'ютерні технології. Вони дають можливість пропонувати учням завдання в ігровій формі, здійснювати автоматизовану перевірку, оперативний зворотній зв'язок та індивідуальний підхід до учнів.

Конфлікт інтересів і етика. Автори заявляють про відсутність конфліктів інтересів і повне дотримання всіх правил етики журнальних статей.

Подяки. Автори заявляють про відсутність спеціального фінансування цієї роботи.

Список використаних джерел

1. Біліченко Р.О., Конарева С.В., Ткаченко М.Є., Трактинська В.М. Аналіз основних помилок, яких припустилися здобувачі повної загальної середньої освіти на ЗНО з математики у 2021 році. *Актуальні питання природничо-математичної освіти: збірник наукових праць*. Суми. 2022. Вип. 1 (19). С. 5-11.
2. Бевз Г.П. Методика викладання математики: навчальний посібник. Київ. 1989. 367 с.
3. Благодир Л.А. Профілактика помилок учнів під час вивчення дробових раціональних виразів у Новій українській школі. *Збірник наукових праць Уманського державного педагогічного університету*, 2021. № 4. С. 6-13. DOI: <https://doi.org/10.31499/2307-4906.4.2021.250117>
4. Благодир Л.А., Швець В.О. Математичні помилки як об'єкт наукових досліджень. *Наукові записки Національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова. Серія: Педагогічні та історичні науки*. Київ. 2011. Вип. 93. С. 19-28.
5. Литвиненко Г.М. Запобігання математичним помилкам учнів: методичні рекомендації. Київ. 1989. 88 с.
6. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Алгебра: підруч. для 8 кл. закладів загал. серед. освіти. Харків. 2021. 240 с.
7. Наконечна Л.Й., Стецюк А.В. Нестандартний урок з математики з використанням ІКТ як засіб активізації пізнавальної діяльності учнів. *Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання у підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми* : Зб. наук. пр. Випуск 46. Вінниця. 2016. С. 41-44.
8. Наконечна Л.Й. Рівняння та нерівності: самостійно вдосконалюємо знання та вміння. Навчальний посібник. Вінниця: ВДПУ, 2008. 142 с.
9. Офіційний звіт про проведення ЗНО в 2021 році. URL: https://testportal.gov.ua/wp-content/uploads/2020/09/ZVIT-ZNO_2020-Tom_2.pdf
10. Офіційний звіт про проведення ЗНО в 2021 році. URL: https://testportal.gov.ua/wp-content/uploads/2021/11/ZVIT_ZNO_2021-Tom_2_.pdf
11. Слєпкань З.І. Методика навчання математики: підручник. Київ. 2006. 582 с.
12. Слєпкань З.І. Психолого-педагогічні та методичні основи розвивального навчання математики. Тернопіль: Підручники і посібники, 2004. 240 с.
13. Електронний освітній ресурс. URL: <https://www.miyklas.com.ua/p>
14. Електронний освітній ресурс. URL: <https://learningapps.org/index.php?overview&s&category=0&tool>
15. Електронний освітній ресурс. URL: <https://wordwall.net/uk>
16. Електронний освітній ресурс. URL: <https://quizizz.com/>

UDC 37.016:512

Ways of preventing and correcting student mistakes when solving equations in the algebra course of grades 7-9

Liudmila Nakonechna, Yaroslav Nakonechny, Kateryna Polishchuk

Abstract. The article substantiates the need for the activities of mathematics teachers aimed at preventing and correcting typical student errors, identifies typical student errors in the process of solving equations in the elementary school algebra course, analyzes the ways to prevent and eliminate these errors, considers the possibilities of modern online platforms for increasing preventive activities the teacher, examples of the use of specific online platforms in the process of studying quadratic equations are demonstrated.

Keywords: Typical mathematical errors of students, error prevention, classification of student errors, online platforms.

References

1. Bilichenko, R.O., Konareva, S.V., Tkachenko, M.E., Traktynska, V.M. (2022). *Analysis of the main mistakes made by students of complete general secondary education at the final examination in mathematics in 2021*, Current issues of science and mathematics education., **1** (19), 5-11. [in Ukrainian]
2. Bevz, G.P. (1989). *Methods of teaching mathematics: a study guide*. Kyiv: Higher School. [in Ukrainian]
3. Blagodyr, L.A. (2021). *Prevention of student errors during the study of fractional rational expressions in the New Ukrainian School*, Collection of scientific works of the Uman State Pedagogical University, **4**, 6-13. [in Ukrainian]. <https://doi.org/10.31499/2307-4906.4.2021.250117>
4. Blahodyr, L.A., Shvets, V.O. (2011). *Mathematical errors as an object of scientific research*, Scientific notes of the National Pedagogical University named after M.P. Drahomanov, Series: Pedagogical and historical sciences, **93**, 19-28. [in Ukrainian]
5. Lytyynenko, H.M. (1989). *Prevention of students' mathematical errors: methodical recommendations*, Soviet School, Kyiv. [in Ukrainian]
6. Merzlyak, A.G., Polonskyi, V.B., Yakir, M.S. (2021). *Algebra: tutorial. for 8th grade institutions in total among. education, Gymnasium., Kharkiv.* [in Ukrainian]
7. Nakonechna, L.Y., Stetsyuk, A.V. (2016). *A non-standard lesson in mathematics using ICT as a means of activating students' cognitive activity*, Modern information technologies and innovative teaching methods in the training of specialists: methodology, theory, experience, problems, **46**, 41-44. [in Ukrainian]
8. Nakonechna, L.Y. (2008). *Equations and inequalities: improving knowledge and skills independently: Tutorial*, VSPU, Vinnytsia. [in Ukrainian]
9. Official report on conducting the ZNO in 2021. https://testportal.gov.ua/wp-content/uploads/2020/09/ZVIT-ZNO_2020-Tom_2.pdf
10. Official report on the conduct of the ZNO in 2021. https://testportal.gov.ua/wp-content/uploads/2021/11/ZVIT_ZNO_2021-Tom_2_.pdf
11. Slepkan, Z.I. (2006). *Methods of teaching mathematics: a textbook*, Higher School, Kyiv. [in Ukrainian]
12. Slepkan, Z.I. (2004). *Psychological-pedagogical and methodical foundations of developmental teaching of mathematics*, Textbooks and manuals, Ternopil. [in Ukrainian]
13. Electronic educational resource. <https://www.miyklas.com.ua/p>
14. Electronic educational resource. <https://learningapps.org/index.php?overview&s&category=0&tool>
15. Electronic educational resource. <https://wordwall.net/uk>
16. Electronic educational resource. <https://quizizz.com/?lng=en>

Про автора / About the author

Людмила Наконечна, кандидат педагогічних наук, доцент, кафедра алгебри і методики навчання математики, Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського, вул. Острозького, 32, м. Вінниця, 21001, Україна;

Liudmila Nakonechna, Candidate of Science in Pedagogy, Associate Professor, Department of Algebra and Methods of Teaching Mathematics, Vinnytsia Mykhailo Kotsiubynskyi State Pedagogical University, 32 Ostrozkyi Str., Vinnytsia 21001, Ukraine;

Ярослав Наконечний, аспірант, кафедра алгебри і методики навчання математики, Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського, вул. Острозького, 32, м. Вінниця, 21001, Україна;

Yaroslav Nakonechny, Graduate, Department of Algebra and Methods of Teaching Mathematics, Vinnytsia Mykhailo Kotsiubynskyi State Pedagogical University, 32 Ostrozkyi Str., Vinnytsia 21001, Ukraine;

Катерина Поліщук, студентка, кафедра алгебри і методики навчання математики, Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського, вул. Острозького, 32, м. Вінниця, 21001, Україна;

Kateryna Polishchuk, Student, Department of Algebra and Methods of Teaching Mathematics, Vinnytsia Mykhailo Kotsiubynskyi State Pedagogical University, 32 Ostrozkyi Str., Vinnytsia 21001, Ukraine.

Отримано / Received 16.07.2024
Доопрацьовано / Revised 17.08.2024