

учебной деятельности студентов.

*The article reveals general pedagogical and psychological characteristics of «individualization of education» and «differentiation of education» definitions. Some aspects of individualization and differentiation of education are analyzed to have the potential for positive influence on effectiveness of students' independent educational activities.*

**Key words:** individualization and differentiation of education, individual-and-psychological traits, independent educational activities, individual-and-creative strategies of students' educational activities.

УДК 159.9.075

О.А. Вальчук, м. Хмельницький, Україна  
Л.О. Матохнюк, м. Вінниця, Україна

## ОСОБЛИВОСТІ ЗАСТОСУВАННЯ СТАТИСТИЧНОГО КРИТЕРІЮ $\varphi^*$ ФІШЕРА В ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГІЧНИХ ДОСЛІДЖЕННЯХ

**Постановка проблеми у загальному вигляді.** Нині математичні методи в психолого-педагогічних дослідженнях використовуються все частіше й ефективніше. Водночас збір та обробка даних, одержаних у процесі психолого-педагогічних експериментів, здійснюються незавжди раціонально. Причиною цього є недостатня увага, яка приділяється математичним методам у психології та педагогіці при підготовці фахівців.

Наукове психолого-педагогічне дослідження повинно містити не лише якісний аналіз явищ, що вивчаються, а й кількісний вимір одержаних експериментальних результатів, який підвищує ступінь достовірності й об'єктивності їх нової оцінки.

Математичні методи в психолого-педагогічних дослідженнях умовно можна розділити на дві групи: методи математичного моделювання процесів і явищ та методи математичної обробки результатів досліджень [1].

Математичне моделювання допомагає знаходити найкращі розв'язання задач з урахуванням головних параметрів. При цьому надзвичайно важливо побудувати математичну модель, яка б щонайповніше враховувала всі характерні риси досліджуваного об'єкту чи явища. Тоді вона успішніше, з більшою користю допоможе знайти розв'язання поставленої задачі. Створення математичної моделі, яка буде відображати всі сторони досліджуваного об'єкта, значною мірою залежить від досліджуваного явища, в той час як методи математичної обробки результатів досліджень мають багато спільного для різних об'єктів. Таким чином, саме аналіз найбільш поширених методів обробки експериментальних досліджень у галузі психолого-педагогічних досліджень зумовив **актуальність** цієї статті.

Психолого-педагогічні процеси завжди мають імовірнісний характер, бо зв'язки між причиною і наслідком не є однозначними, а залежать від численних факторів, котрі не можна передбачити і повністю врахувати. Основою математичної обробки результатів психолого-педагогічних досліджень є методи математичної статистики, які в свою чергу ґрунтуються на теорії ймовірностей — галузі математики, яка досліджує закономірності перебігу масових випадкових процесів.

Для практичного використання методів математичної статистики в психолого-педагогічних дослідженнях необхідно:

- чітко визначити складові психолого-педагогічного процесу, які можуть бути зафіксованими в певних одиницях вимірювання (балах, стенах, кількості відповідей, виконаних завдань, витраченого часу, подій, що відбулися тощо);
- розробити експериментальну методику, яка стимулює відповідні дії досліджуваних (тести, опитувальники, анкети);

- одержати результати експерименту й надати їм зручної для обрахування форми (таблиці, протоколи, графіки);
- обрати доцільний для певного психолого-педагогічного явища спосіб розрахунків (відсотки, середнє значення характеристики, межі відхилень від середніх значень, дисперсію та ін.);
- подати кількісні результати у формі, що забезпечує можливість їхньої інтерпретації, тобто єдності якісної та кількісної оцінок.

Отже, вже на початку дослідження треба знати, які параметри психолого-педагогічного об'єкта вивчатимуться, методики їх дослідження, засоби збору й фіксації спостережень, техніку обрахування.

**Аналіз попередніх досліджень і публікацій.** Перша третина XX століття пройшла під знаком параметричної статистики. Вивчалися методи, засновані на аналізі даних з параметричних сімейств розподілів, описуваних кривими сімейства Пірсона. Найбільш популярним був нормальний розподіл. Для перевірки гіпотез використалися критерії Пірсона, Ст'юдента, Фішера. Були запропоновані метод максимальної правдоподібності, дисперсійний аналіз, сформульовані основні ідеї планування експерименту.

Розроблену в першій третині XX століття теорію аналізу даних називають параметричною статистикою, оскільки її основний об'єкт вивчення — це вибірки з розподілів, описуваних одним або невеликим числом параметрів.

Критерій Фішера оцінює достовірність відмінностей між процентними долями двох вибірок, в яких зареєстрований ефект, що цікавить дослідника. Суть кутового перетворення Фішера полягає в переводі процентних долей у величини центрального кута, що вимірюється в радіанах. Більшій процентній долі відповідатиме більший кут, а меншій долі — менший кут

$\varphi = 2 \cdot \arcsin \sqrt{p}$ , де  $P$  — процентна доля, виражена в долях одиниці. Чим більша величина  $\varphi^*$ , тим більш ймовірно, що відмінності достовірні.

**Метою цієї статті є** надання практичних рекомендацій, щодо застосування багатофункціонального критерію  $\varphi^*$  — Фішера для обробки результатів експериментальних досліджень, а також висвітлення певною мірою означених вище проблем.

**Результати дослідження.** Багатофункціональні статистичні критерії — це критерії, які можуть бути використані для розв'язування різноманітних задач. Крім того, дані, які вводяться в задачу, можуть бути подані в будь-якій шкалі. Багатофункціональні критерії дають можливість порівнювати різні вибірки піддослідних і показники однієї і тієї ж вибірки, виміряні в різних умовах. Вони дозволяють розв'язувати задачі співставлення рівнів досліджуваної ознаки, зсувів у значеннях досліджуваної ознаки і порівняння розподілів. До числа багатофункціональних критеріїв належить критерій  $\varphi^*$  — Фішера.

Критерій оцінює достовірність різниць між відсотковими частками двох вибірок, у яких зареєстрований ефект, що цікавить дослідника. При збільшенні розбіжності між кутами і збільшенні чисельності вибірок значення критерію зростає. Чим більша величина, тим більш вірогідно, що різниці достовірні.

Цій критерій побудований на співставленні часток, виражених у відсотках. Сутність критерію полягає у визначенні того, яка частка спостережень (реакцій, виборів, піддослідних) у цій вибірці характеризується досліджуванним ефектом і яка частка цим ефектом не характеризується.

Таким ефектом може бути:

- 1) певне значення якісно вимірюваної ознаки;
- 2) певний рівень кількісно вимірюваної ознаки;
- 3) певне співвідношення значень або рівнів досліджуваної ознаки.

Отже, критерій Фішера призначений для співставлення двох вибірок за частотою появи ефекту, який цікавить дослідника, він оцінює достовірність розбіжностей між відсотковими частками двох вибірок, у яких зареєстровано потрібний ефект.

Застосування зазначеного критерію має певні обмеження, які однак є досить незначними:

- 1) жодна з часток, що порівнюються, не повинна дорівнювати нулю;
- 2) верхня межа в критерії відсутня: вибірки можуть бути як завгодно великими;
- 3) нижня межа — два спостереження в одній з вибірок.

Статистичні гіпотези будуються наступним чином:

**$H_0$** : частка осіб, у яких спостерігається досліджуваний ефект, у вибірці 1 не більша, ніж у вибірці 2.

**$H_1$** : частка осіб, у яких спостерігається досліджуваний ефект, у вибірці 1 більша, ніж у вибірці 2.

Підрахунок емпіричного значення критерію здійснюється за формулою:

$$\varphi^*_{\text{ем}} = (\varphi_1 - \varphi_2) \cdot \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2}{n_1 + n_2}} \quad (1)$$

де  $\varphi_1$  — кут, що відповідає більшій відсотковій долі,

$\varphi_2$  — кут, що відповідає меншій відсотковій долі,

$n_1, n_2$  — кількість осіб у вибірках (групах).

Розрахунок величини кута  $\varphi$ , що відповідає відсотковим часткам може проводитися за допомогою спеціальної таблиці [2, с. 330-332].

Одержані емпіричні значення критерію порівнюються із критичними значеннями (табличними) [2, с. 332]. На основі порівняння емпіричних та критичних значень робиться висновок про справедливість однієї зі статистичних гіпотез.

Критичні значення  $\varphi^*_{\text{кр}}$ , що відповідають прийнятим у психолого-педагогічних дослідженнях рівням статистичної значимості:

$$\varphi^*_{\text{кр}} = \begin{cases} 1,64 & (p \leq 0,05) \\ 2,31 & (p \leq 0,01) \end{cases} \quad (2)$$

Якщо одержане значення є меншим від 1,64 можна зробити висновок про незначимість розходжень (розбіжності спричинені випадковими факторами, вибірки є однаковими, справедлива гіпотеза  $H_0$ ).

Якщо одержане значення є більшим від 2,31 можна зробити висновок про значимість розходжень (розбіжності не є випадковими, вибірки різними за досліджуваною ознакою, справедлива гіпотеза  $H_1$ ).

При емпіричному значенні критерію від 1,64 до 2,31 можна за спеціальною таблицею визначити рівень значимості (ймовірність помилки).

#### Алгоритм підрахунку:

1. Визначити ті значення ознак, які будуть критерієм для поділу дослідних на тих, у кого «є ефект» і тих, у кого «немає ефекту». Якщо ознака виміряна кількісно, використайте критерій  $\chi^2$  для пошуку оптимальної точки розподілу.

2. Накреслити таблицю з 2-х стовпчиків і 2-х рядочків. Перший стовпчик — «є ефект», другий стовпчик — «немає ефекту». Перший рядок зверху — 1-а група (вибірка), другий рядок — 2-а група (вибірка).

3. Підрахувати кількість дослідних у першій вибірці, у яких «є ефект», і занести це число в ліву верхню комірку таблиці.

4. Підрахувати кількість дослідних у першій вибірці, у яких «немає ефекту», і занести це число вправу верхню комірку таблиці.

5. Підрахувати суму за двома верхніми комірками. Вона повинна співпадати з кількістю піддослідних у першій групі.

6. Підрахувати кількість піддослідних у другій вибірці, у яких «є ефект», і занести це число вліву нижню комірку таблиці.

7. Підрахувати кількість піддослідних у другій вибірці, у яких «немає ефекту», і занести це число вправу нижню комірку таблиці.

8. Підрахувати суму по двох нижніх комірках. Вона повинна співпадати з кількістю піддослідних у першій групі.

9. Визначити процентні частки піддослідних, у яких «є ефект», шляхом відношення їх кількості до загальної кількості піддослідних у цій групі (вибірці). Записати отримані процентні частки відповідно в лівій верхній і лівій нижній комірках таблиці в дужках, щоб не переплутати їх з абсолютними значеннями.

10. Перевірити чи не дорівнює одна із часток, які порівнюються, нулю. Якщо це так, потрібно змінити це шляхом зсуву точки розподілу груп у ту чи іншу сторону. Якщо це неможливо або не бажано, відмовитись від критерію  $\varphi^*$  і використати критерій  $\chi^2$ .

11. Визначити за таблицею «Величини кута  $\varphi$  (у радіанах) для різних відсоткових часток:  $\varphi = 2 \cdot \arcsin \sqrt{p}$  (за Урбахом В. 1964р.)» [2, с. 330] величини кутів  $\varphi$  для кожної з часток, які порівнюються.

12. Порахувати емпіричне значення  $\varphi^*$  за формулою (1).

13. Порівняти отримане значення  $\varphi^*$  з критичними значеннями (2).

При необхідності визначити точний рівень значущості  $\varphi^*$  за таблицею «Рівні статистичної значущості різних значень критерію Фішера (за Гублером Е., 1978р.)» [2, с. 332].

*Приклад.* Співставлення вибірок за якісною вимірюваною ознакою. Нехай проводиться перевірка рівня розвитку інтелектуальних здібностей слухачів. З цієї метою викладач здійснив підбір нових експериментальних задач і запропонував розв'язати ці задачі слухачам двох навчальних груп. У першій групі з 29 чоловік із задачами впоралися 18 чоловік, а в другій групі з 30 чоловік - 13. Необхідно з'ясувати, чи відрізняються дві навчальні групи за рівнем успішності розв'язування нових експериментальних задач.

Для розв'язання поставленої задачі застосуємо критерій Фішера  $\varphi^*$ .

Сформулюємо гіпотези:

$H_0$ : частка осіб, що впоралися із задачами, у першій групі не більша, ніж у другій групі;

$H_1$ : частка осіб, що впоралися із задачами, у першій групі більша, ніж у другій групі.

Для спрощення записів та обрахунків зручно користуватись так званою чотириохклітинковою таблицею 1, яка фактично являє собою таблицю емпіричних частот за двома значеннями ознаки: «є ефект» — «немає ефекту».

Таблиця 1

**Чотириохклітинкова таблиця для розрахунку критерію  $\varphi^*$**

| Групи      | Задачі розв'язані (є ефект) |          | Задачі розв'язані (немає ефекту) |          | Сума |
|------------|-----------------------------|----------|----------------------------------|----------|------|
|            | Кількість піддослідних      | % частка | Кількість піддослідних           | % частка |      |
| 1-ша група | 18                          | 62       | 11                               | 38       | 29   |
| 2-га група | 13                          | 43,3     | 17                               | 56,7     | 30   |
| Сума       | 31                          |          | 28                               |          | 59   |

За спеціальною таблицею визначаємо величини  $\varphi^*$ , які відповідають відсотковим часткам у кожній з груп:

$$\varphi_1(62\%) = 1,813;$$

$$\varphi_2(43,3\%) = 1,436.$$

Тепер підрахуємо емпіричне значення  $\varphi^*$  за формулою (1):

$$\varphi^*_{емп} = (\varphi_1 - \varphi_2) \cdot \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2}{n_1 + n_2}} = (1,813 - 1,436) \cdot \sqrt{\frac{29 \cdot 30}{29 + 30}} \approx 0,377 \cdot 3,840 = 1,448$$

Одержане емпіричне значення виявилось меншим від 1,64, що свідчить про незначимість розходжень між вибірками. Однак висновок можна зробити і про існування розбіжностей, визначивши ймовірність помилки. За таблицею 2 можна визначити, якому рівню значущості відповідає. Отже,  $p = 0,07$ . Це є досить низький рівень значущості, який не відповідає прийнятим у психології рівням статистичної значущості.

Це означає, що необхідно приймати гіпотезу  $H_0$ , і частка осіб, що впоралися із запропонованими задачами в групі 1, не більша, ніж у групі 2. Таким чином, можна зробити висновок про те, що інтелектуальні здібності слухачів першої і другої груп знаходяться на одному рівні.

**Висновок.** Математика знаходить широке застосування, не тільки при розв'язуванні задач, у суто прикладних механічних та фізичних аспектах. Математичні методи забезпечують розв'язування задач оптимального планування і використання сил і ресурсів у кожній галузі людської діяльності. Залежно від функціонального призначення математичних методів та потреб психологічної науки виділяють дві групи математичних методів, використання яких у психологічних дослідженнях є найчастішим: перша — методи математичного моделювання; друга — методи математичної статистики (або статистичні методи).

У даній статті ми розкрили суть непараметричного критерію  $\varphi^*$  — Фішера для обробки результатів експериментальних досліджень, надали детальне пояснення щодо формулювання гіпотез, застосування алгоритму. На конкретному прикладі показали спосіб використання критерію  $\varphi^*$  — Фішера.

**Перспективи подальших досліджень у цьому напрямку.** Математичне моделювання допомагає знаходити найкращі розв'язання задач з урахуванням головних параметрів. При цьому надзвичайно важливо побудувати математичну модель, яка б щонайповніше враховувала всі характерні риси досліджуваного об'єкту чи явища. Тоді вона успішніше, з більшою користю допоможе знайти розв'язання поставленої задачі. З розвитком і активним упровадженням інформаційно-комунікаційних технологій досить легко проводити статистичні обрахунки використовуючи офісні додатки Microsoft Office, що може стати подальшим дослідженням.

### Література:

1. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика. / В. Е. Гмурман. — М.: Высшая школа, 1972. — 368с.
2. Сидоренко Е.В. Методы математической обработки в психологии / Е.В.Сидоренко. — Санкт-Петербург: Изд-во «Социально-психологический центр», 1996. — 347с.

У даній статті ми розкрили суть непараметричного критерію  $\varphi^*$  — Фішера для обробки результатів експериментальних досліджень, надали детальне пояснення щодо формулювання гіпотез, застосування алгоритму. На конкретному прикладі показали спосіб використання критерію  $\varphi^*$  — Фішера.

**Ключові слова:** математичні методи, математичне моделювання, статистичний критерій.

В данной статье мы раскрыли суть непараметрического критерия  $\varphi^*$  - Фишера для обработки результатов экспериментальных исследований, предоставили подробное объяснение относительно формулировки гипотез, применение алгоритма. На конкретном примере показали способ использования критерия  $\varphi^*$  — Фишера.

**Ключевые слова:** математические методы, математическое моделирование, статистический критерий.

In this paper we uncovered the essence of nonparametric criteria  $\varphi^*$  — Fisher to handle the results of experimental studies have provided a detailed explanation for the formulation of hypotheses, the use of the algorithm. In the particular example shown how to use the criteria  $\varphi^*$  — Fisher.

**Key words:** mathematical methods, mathematical modeling, statistical criterion.