

УДК 378.519.2

DOI: 10.31652/2412-1142-2020-58-24-35

Гарпуль Оксана Зіновіївна

кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри математики та інформатики і методики навчання
Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника,
м. Івано-Франківськ, Україна
ORCID 0000-0002-1181-8524
oksana.harpul@pnu.edu.ua

ЗАСТОСУВАННЯ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ СТАТИСТИКИ ТА ТЕОРІЙ ЙМОВІРНОСТІ

Анотація. Цілями навчання в житті дитини можуть бути різноманітними - навички до продуктивного навчання, розвиток допитливості та творчості, розвиток сили та витривалості, спілкування, формування впевненості, прагнення, спостережливості, конкуренції та розвитку особистості. Якщо ми дамо дітям можливість отримувати якісну освіту, тоді ми передаємо їм ключ до їхнього успіху та успіху нації. Сьогодні світ розвивається швидкими темпами. Нам потрібні кваліфіковані та конкурентоспроможні молоді люди, щоб у майбутньому вони взяли на себе кермо розвитку. Це можливо лише в тому випадку, якщо дітям сьогодні надати доступ до якісної та ефективної освіти. Тому, щоб зайняти відповідне місце та функціонувати в сучасному суспільстві, громадянам необхідно подолати своє детерміноване мислення і прийняти існування в природі випадкових подій. У той же час їм необхідно набути стратегій та способів мислення, які допоможуть у прийнятті адекватних рішень у повсякденних та професійних ситуаціях. Швидкі зміни в технологічному розвитку показали необхідність проведення певних досліджень щодо використання студентами інформаційних технологій для вирішення реальних завдань, що використовують ймовірнісні моделі. Вимоги, які сьогодні ставлять до володіння математичними знаннями у розв'язуванні практичних задач показують необхідність забезпечити умови для отримання учнями та студентами практичної компетентності, що включає в себе математичну статистико-ймовірнісну компетентність, яка належить до предметно-галузевих математичних компетентностей поряд із процедурною і технологічною. Крім того із розвитком інформаційних технологій розв'язок статистичних та ймовірнісних задач може бути реалізований за допомогою прикладних програм чи онлайн інструментів, що полегшить розуміння самої теорії. У статті проведено аналіз науково-методичних досліджень щодо використання сучасних цифрових інструментів та програмних засобів в середніх та вищих педагогічних навчальних закладах та досліджено можливості використання їх в процесі вивчення окремих розділів математики. Проводиться класифікація деяких онлайн ресурсів та прикладних програм. Аналізуються і описуються переваги використання їх при розв'язуванні задач з теорії ймовірності та математичної статистики. Представлено приклади застосування вбудованих функцій MS Excel та інструментів Gran 1 для вирішення прикладної статистичної задачі.

Ключові слова: теорія ймовірності; статистика; варіаційний ряд; вибірка; табличний процесор MS Excel; Gran 1; Mathway.

1. ВСТУП

Однією із суттєвих змін, що відбулися в двадцять першому столітті, є передові технології. Студенти завжди мають при собі свої мобільні телефони, виконуючи домашні завдання або навіть відвідують заняття в Інтернеті. Школи також зараз стали різноманітніші, особливо у порівнянні з класами XIX століття. З головних відмінностей є ступінь різноманітності та вибору, яку людина має в сучасній системі освіти порівняно з системою освіти минулого. Суть ефективної освіти полягає в тому, щоб предмети, які вивчають в школі були представлені у новому, цікавому і, можливо, в ігровому форматі, оскільки зосередити увагу сьогоднішніх дітей вдається тільки при демонстрації цікавих фактів і виконання завдань, які можна використати для повсякденного життя. Оскільки технологічний світ ставить перед нами задачі, що потребують певного прогнозування, збору та аналізу даних, то цілком логічним постає питання про їх розв'язання засобами математичної статистики чи за правилами теорії ймовірності. Тому

у школах потрібно вводити розділи математики, які стосуються ймовірнісного і статистичного підходу до вирішення практичних задач повсякденного життя засобами інформаційних технологій.

Постановка проблеми. Ми кожен день використовуємо математику. Математика - це більше, ніж формули чи рівняння; це логіка, її раціональність, це використання розуму для вирішення найбільших загадок, які ми знаємо.

Іноді ці цифри є конкретними значеннями, як у "Обмеження швидкості 60" або "Зараз на вулиці 30 градусів". Але часто цифри, які ми бачимо, не є фіксованими, а скоріше є ймовірністю майбутніх результатів. Ми часто використовуємо фразу "Я ризикую". Але що це насправді означає? Коли більшість людей думає про ймовірність, вони думають про ігрові випадки: покер, рулетку тощо. Значна частина ранньої математичної ймовірності була розроблена для таких ігор. Однак ми тепер усвідомлюємо, що значна частина навколишнього світу ґрунтується на ймовірності. Наприклад, визначеності класичної фізики поступилися місцем імовірнісним моделям квантової механіки та термодинаміки. Зараз у біології ми розуміємо генетику та еволюцію в контексті випадкової поведінки. Ці погляди відображають основні зміни парадигми. І з кожним разом ймовірність стає більш поширеною у нашому повсякденному житті: прогнозування погоди, готовність до катастроф, страхування життя та домовласників, використання технологій, медицина та обслуговування споживачів, особиста, домашня та національна безпека, планування фінансів та пенсій, освіта, шоу телевізійних ігор, тощо.

Цю потребу в імовірнісній грамотності визнали органи освіти у багатьох країнах та включили ймовірність, як розділ математики у навчальні програми на різних освітніх рівнях та в освіті вчителів. Однак включення теми до навчальної програми не забезпечує автоматично її правильне викладання та навчання; специфічні характеристики ймовірності, такі як різносторонній погляд на ймовірність або відсутність оборотності випадкових експериментів, зазвичай не зустрічаються в інших областях і створюватимуть особливі проблеми для вчителів та студентів.

Нам потрібно дати уявлення студенту щодо побудови моделі розв'язку ймовірнісної задачі та обґрунтування даних, згенерованих з таких моделей. Важливо також оцінити вплив технологій на останні навчальні програми та на освіту вчителів. Існує також потреба у більш систематичних дослідженнях того, як вчителі та студенти використовують технології в аудиторіях та як широкомасштабне оцінювання повинно реагувати на отримання нових значень для ймовірності, яка може з'явитися у студентів, які працюють з ймовірністю, використовуючи технологічні засоби.

Аналіз актуальних досліджень і публікацій. Дослідження в галузі математичної освіти актуальні при акцентуванні уваги на ймовірності, коли в науковій спільноті досі обговорюються різні підходи до концепції, що впливають як на практику стохастики, так і на шкільні програми.

За даними Хакінга [1], ймовірність була задумана з двох основних, хоч і різних, перспектив з моменту її появи. *Статистична сторона* ймовірності пов'язана з необхідністю знайти об'єктивні математичні правила, які керують випадковими процесами; значення ймовірності призначаються за допомогою даних, зібраних в результаті опитувань та експериментів. Доповнюючи це бачення, *емпірична сторона* розглядає ймовірність як особисту ступінь переконання, що залежить від інформації, доступної особі, яка призначає ймовірність. З цих двох основних поглядів, які відображені у роботах головних авторів, які сприяли прогресу ймовірності, через історію підтримуються різні погляди на ймовірність [1-5]. Вищезгадані характеристики були відображені в шкільних програмах, хоча не всі підходи до ймовірності викликали однаковий інтерес. До 1970 року класичний погляд на ймовірність, заснований на комбінаторному обчисленні, домінував у навчальній програмі середньої школи [3].

Сьогодні, є зростаючий інтерес до статистики та технологічних розробок, частотний підхід отримує перевагу. Експериментальне введення ймовірності як обмеження відносних частот пропонується у багатьох навчальних програмах та стандартних документах [4, 6], а ймовірність подається як теоретичний інструмент, що використовується для підходу до проблем, які

виникають із статистичного аналізу. На рівні початкової школи також надається перевага інтуїтивному погляду, де діти висловлюють свої інтуїтивні ідеї, пов'язані з випадковістю та ймовірністю. Аксиоматичний підхід не використовується на шкільному рівні, оскільки він є занадто формальним та прийнятним лише для тих, хто слідує за дослідженнями чистої математики на рівні вищої школи. Як описав Гал [2], ймовірність знань та уявлень необхідна у повсякденних та професійних умовах для всіх громадян у ситуаціях прийняття рішень (наприклад, фондовий ринок, медична діагностика, голосування та багато інших), а також для розуміння вибірки та висновку навіть у неформальних підходах. Багато дослідників [7, 8], нещодавно підкреслили, що ймовірність викладається як спосіб моделювання явищ у реальному світі, а не просто як абстрактне вимірювання чогось небаченого у реальному фізичному об'єкті (наприклад, міра ймовірності попадання тієї чи іншої сторони під час кидання монети). Один із способів допомогти студентам використовувати ймовірність для моделювання явищ у реальному світі – виразити необхідність наочності при побудові моделі із використанням інформаційних технологій. Інструменти таких технологій дозволяють їм швидко генерувати велику кількість даних, швидко створювати табличні та графічні зображення та легко виконувати обчислення даних. Технологія також може дати студентам можливість зрозуміти, як змінюється емпіричний розподіл під час збору даних

Мета статті. Тому метою даного дослідження є вивчення можливостей, які надають інформаційні технології для опису та побудови моделей розв'язку задач з теорії ймовірності. Також, важливо показати ефективне використання різних технологічних інструментів (наприклад, графічного калькулятора, електронної таблиці або програмного забезпечення, такого як Gran, Fathom або TinkerPlots) при розв'язуванні різних типів задач статистики.

2. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Внаслідок проведення реформ математичної освіти в школі у навчальних програмах з'явилося відносно нові змістові лінії, такі як: «Комбінаторика. Елементи теорії множин», «Основи теорії ймовірностей та математичної статистики». Поряд з цим акцентується увага щодо стохастичної лінії, тому актуальним є набуття вмінь аналізу випадкових подій, оцінки ймовірності, висувати гіпотези, прогнозування розвитку ситуацій та прийняття рішень в умовах, що мають ймовірнісний характер. Власне це показує необхідність формування ймовірнісно-статистичних знань та уявлень, розвитку абстрактного мислення, набуття практичних вмінь в учнів та студентів вищих навчальних закладів I – III рівнів акредитації. Раніше основи теорії ймовірностей і вступ до статистики були включені в навчальні плани тільки в школах і класах з поглибленим вивченням математики, але із запровадженням нового освітнього стандарту вони стали базовими знаннями і вміннями для всіх учнів [6]. Але вони носять оглядовий характер та найменше розроблені в методиці навчання математики.

Згідно із Державним стандартом базової і повної середньої освіти елементи комбінаторики, теорії ймовірностей і статистики (основна школа) виокремлені в окрему змістову лінію і на даному етапі обов'язковими результатами навчання повинно бути вміння обчислювати ймовірність випадкової події в ході експерименту з рівноможливими результатами, обчислювати частоту випадкової події та оцінювати її ймовірність, застосовувати оцінку ймовірності випадкової події для характеристики випадкового явища. Для старшої школи перелік питань теорії ймовірностей передбачає: комбінаторний підхід до обчислення ймовірностей випадкових подій; класичне визначення ймовірності випадкової події. Державним стандартом передбачено обов'язкові знання щодо розуміння суті класичного визначення поняття ймовірності; вміння обчислювати ймовірності випадкових подій, використовуючи класичне визначення та комбінаторні правила і формули, а також володіти достатнім рівнем умінь виконувати комбінаторні дії, розв'язувати прикладні задачі, розуміти і знати поняття розміщення, перестановки, комбінації (без повторень), уміти обчислювати їх кількість в найпростіших випадках [6 – 8].

Актуальним доповненням змісту математичної освіти статистико-ймовірнісною змістовою лінією є розвиток поняття ймовірності випадкової події у контексті розв'язування прикладних задач, а також додавання до змісту освіти таких важливих питань, як теореми додавання та множення ймовірностей, поняття умовних ймовірностей, складних випадкових подій. Кількість годин, яка відведена на вивчення розділу „Елементи комбінаторики, теорії ймовірностей і математичної статистики” у навчальних програмах для кожного з трьох рівнів не дозволяє реалізувати основні завдання прикладного спрямування змісту освіти. Формування наукового світогляду школярів та реалізації завдання змісту освіти прикладного характеру можна досягнути завдяки інтегрованому підходу, тобто розглядати статистично-ймовірнісні задачі міжпредметного характеру, моделюючи реальні випадкові процеси та події за допомогою математичного апарату та відтворювати результати їх розв'язку шляхом підключення інформаційної складової за рахунок прикладних програм і онлайн ресурсів навчального характеру [7]. Тому, для формування статистико-ймовірнісних понять важливим є залучення інформаційних технологій, які зможуть візуально доповнити уявлення щодо моделювання випадкових процесів та спростити процес розрахунку великих обсягів даних. Оскільки в середній та старшій школах на уроках інформатики вже основні прикладні програми та ресурси вивчаються, то реалізація такого завдання буде цілком можливою.

3. МЕТОДИКА ДОСЛІДЖЕННЯ

Для досягнення поставленої мети у статті використовувались теоретичні та емпіричні методи дослідження: аналіз стану викладання основних тем теорії ймовірності та математичної статистики в школі, науково-методичних досліджень, нормативних актів у галузі освіти щодо використання цифрових інструментів в середніх та вищих педагогічних навчальних закладах; аналізувалися наявні цифрові додатки, прикладні програми та їх можливості для вивчення тем теорії ймовірності і математичної статистики; проводився синтез для встановлення найбільш оптимальних умов застосування інформаційних технологій в процесі навчання окремих розділів математики з метою визначення та формулювання їх методологічних особливостей.

4. РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Обчислюючи ймовірнісну задачу, необхідно визначити ймовірність того, що конкретна подія станеться, враховуючи певну кількість спроб [9]. Обчислення ймовірності численних подій - це питання розбиття проблеми на окремі ймовірності та множення окремих ймовірностей одна на одну. Роблячи такі обчислення вручну або навіть використовуючи калькулятори можна допустити багато помилок. Чим складніші формули, тим вища ймовірність помилок. Насправді комп'ютерні програми та онлайн ресурси - це важлива допомога для розв'язку таких завдань, крім того, хороші комп'ютерні програми також можуть генерувати всі елементи різних вибірок для різних випадків ймовірності. Розглянемо детальніше характеристики кількох програмних ресурсів та принципи роботи з ними.

Простий в користуванні та завжди доступний англomовний додаток Калькулятор Mathway. Цей додаток передбачає вирішення задач з математики (алгебри, лінійної алгебри, тригонометрії) математичного аналізу, статистики, побудови графіків тощо. Він є доступним онлайн ресурсом, який може бути використаний у потрібний час, має можливість реєстрації і створення особистого кабінету при потребі. Також додаток Mathway Classroom дозволяє викладачам / адміністраторам легко створювати класні кімнати. За допомогою цього додатку можна створювати, групувати та організовувати будь-яку кількість учнів для навчання. Також, має мобільну версію і може бути встановлений за допомогою Play Market на смартфон, що суттєво спрощує доступ до ресурсу. Важлива характеристика цього інструменту в тому, що розв'язок задач здійснюється поетапно, тобто результатом буде не лише кінцева відповідь задачі, а й покрокове виконання. Він детально показує, як вирішувати ту чи іншу задачу і як взагалі утворилася ця відповідь. Таким чином учні можуть навчитися вирішувати найскладніші

завдання і розуміти хід їх виконання. Крім того, присутній російськомовний інтерфейс, що полегшує розуміння навігації та роботу в додатку (рис. 1).



Рис. 1. Скриншот робочого вікна додатку

Покажемо використання цього додатку на практиці. До прикладу, розв'яжемо просту задачу: нехай в корзині міститься 9 червоних і 5 жовтих яблук. Навмання виймають з корзини яблука по одному без повернення. Таким способом вийняли 4 яблука. Обчислити ймовірність даних випадкових подій:

- 1) А – з'явиться 4 червоні яблука;
- 2) В – 4 жовтих яблука;
- 3) С – 2 червоних і 2 жовтих.

Розв'язок цієї задачі аналітично можна представити так. Загальне число подій $n = C_{14}^4$.

- 1) За правилом добутку число сприйнятливої події А рівне: $m_1 = C_9^4 \times C_5^0$;
- 2) Для події В: $m_2 = C_9^0 \times C_5^4$;
- 3) Для події С: $m_3 = C_9^2 \times C_5^2$.

Відповідно шукані ймовірності будуть мати вигляд:

$$P(A) = \frac{m_1}{n} = \frac{C_9^4 \times C_5^0}{C_{14}^4} = \frac{126}{1001} = \frac{18}{143}$$

$$P(B) = \frac{m_2}{n} = \frac{C_9^0 \times C_5^4}{C_{14}^4} = \frac{126}{1001} = \frac{5}{1001}$$

$$P(C) = \frac{m_3}{n} = \frac{C_9^2 \times C_5^2}{C_{14}^4} = \frac{126}{1001} = \frac{360}{1001}$$

Перевірку правильності виконання даної задачі можна запропонувати учням здійснити за допомогою калькулятора Mathway на власних смартфонах. Виконуючи нескладні операції, результат буде виглядати так (рис. 2):

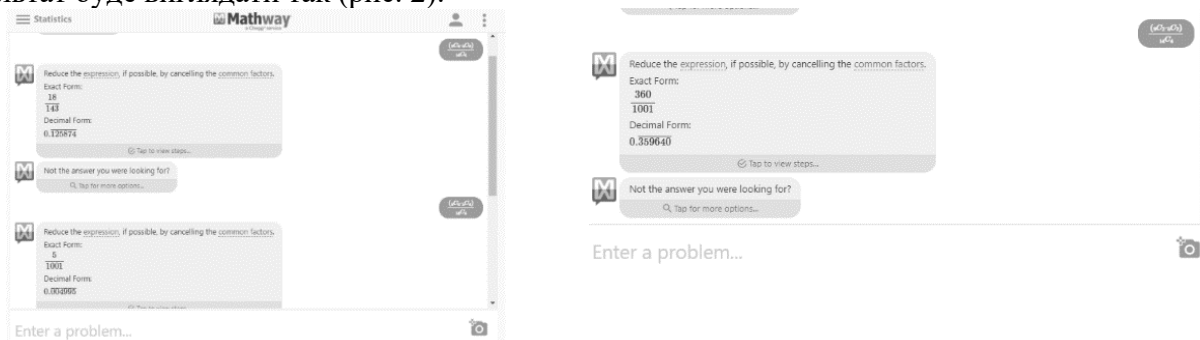


Рис. 2. Скриншот розв'язку задачі у додатку Mathway

Залучення такого інструменту в роботі класу сконцентрує увагу та заохотить учнів до активної діяльності на уроці. Також можна запропонувати самостійно виконати кілька подібних прикладів на оцінку, що дозволить провести експрес перевірку засвоєння учнями нового матеріалу.

Подібний інтерфейс та принцип роботи використовують багато Інтернет ресурсів, таких

як allcounting.com, allcalc.ru, statssolver.com, math.microsoft.com тощо. Прості і зручні у використанні мають мобільні версії, чим залучають до активної праці аудиторію, а покроковий розв'язок задач та візуальне представлення результатів перетворює одностороннє подання матеріалу в активне двостороннє обговорення з аудиторією, що важливо для забезпечення ефективного зворотного зв'язку, полегшення розуміння нового матеріалу, активізацію мисленнєвої діяльності учнів.

Для студентів математичного спрямування існує безліч професійних програмних продуктів для реалізації складних наукових проблем пов'язаних із теорією ймовірності та математичною статистикою, які об'єднано у розділ статистичного програмного забезпечення. Це спеціалізована комп'ютерна програма для аналізу статистичних проблем інноваційним шляхом. Окрім статистичного аналізу, це програмне забезпечення здійснює математичний, фінансовий та науковий аналіз. До такого статистичного програмного забезпечення можна віднести такі ресурси:

Minitab - одна з найкращих програм для безкоштовного статистичного аналізу для студентів, дослідників та викладачів, яка має інструменти для аналізу, візуалізації та представлення даних, інтелектуальний імпорт даних, автоматичне оновлення графіки та маніпуляція даними.

Stata також є безкоштовною статистичною програмою для простого аналізу, візуалізації, дослідження та диференціювання даних.

RStudio - це безкоштовне статистичне програмне забезпечення для виконання завдань аналізу даних, моделювання даних, статистичних обчислень та мови програмування.

Maple програма для статистичного та математичного аналізу, призначена для обчислень гіпотез, згладжування та маніпулювання даними, їх оцінки, кореляції та регресії, моделювання, візуалізації, розрахунку ймовірності та випадкових величин.

Програмний засіб Grap - призначена для графічного аналізу функцій, дає можливість розв'язувати окремі задачі, не знаючи відповідного аналітичного апарату, методів і формул, правил перетворення виразів тощо.

Популярним інформаційним продуктом, більш ефективним для роботи із складними математичними розрахунками є табличний процесор Excel, який входить у пакет прикладних програм від Microsoft, або аналогічний до нього онлайн додаток від Google. Цю програму починають вивчати ще в середній школі і продовжують користуватися нею у вищих навчальних закладах для реалізації складних математичних завдань, зокрема і завдань з теорії ймовірності та математичної статистики. Excel має кілька потужних функцій (формул) для генерації випадкових чисел, даних, які мають певні параметри - наприклад, середнє значення, стандартне відхилення або певний тип розподілу, має вбудовані функції для обчислення задач теорії ймовірності. Розглянемо методику застосування пакетів прикладних програм MS Excel та Grap1 при визначенні числових характеристик дискретних випадкових величин та можливості графічного супроводу комп'ютерного розв'язування задач.

Розв'яжемо приклад за допомогою функцій Excel. Використання задач прикладного характеру покаже учням потребу вивчення основних положень теорії ймовірності і статистики та можливість застосування їх на практиці для певних життєвих потреб, а залучення програмного апарату зробить виконання таких задач цікавим і дослідницьким процесом. Розглянемо конкретну задачу, яка відображає практичне використання теорії ймовірності та статистики і дозволяє сформувати цілісну картину теоретичних понять та спосіб їх використання при вирішенні певної проблеми. Подібні задачі часто використовуються в біології, генетиці або фізиці для моделювання явищ реального світу за допомогою математичного апарату та інформаційних технологій.

Задача. Досліджується гілка вишні з 15 листочками. Після проведення вимірювань розміри листочків складають такий набір даних: 6,6; 8,6; 9,7; 9,7; 9,6; 10,2; 10,6; 10,6; 10,6; 11,1; 10,4; 10,7; 9,6; 9,4; 9,6. Записати дані у таблицю у вигляді варіаційного ряду та визначити числові характеристики дискретних випадкових величин.

Емпіричні дані, що отримані шляхом вимірювання властивостей вибірових, у нашому випадку це розміри листочків, повинні пройти первинну обробку. Під первинною обробкою найчастіше розуміють внесення у табличні форми (табуляцію), впорядкування у варіаційні послідовності (або ряди), групування (при побудові інтервального варіаційного ряду), побудова статистичного розподілу, обчислення окремих простих статистичних параметрів (статистик). Запишемо ці дані у вигляді варіаційного ряду, де варіаційний ряд - це упорядкована за збільшенням (або за зменшенням) послідовність значень досліджуваної змінної X . Впорядкування в табличному процесорі виконується за допомогою команди фільтрування даних від найменшого до найбільшого. Варіаційний ряд дає можливість наочно і швидко сприйняти структуру даних: варіанти значень (x_i), які може приймати і приймає змінна X , а також кількість відповідних варіант (n_i), їхні мінімальне і максимальне значення, також дозволяє безпосередньо оцінити деякі важливі показники вибірки, наприклад, моду і медіану. Систематизація даних у варіаційний ряд є підготовчим етапом до розрахунків і побудови статистичних розподілів досліджуваної змінної. Статистичний розподіл - це математична модель об'єктів реальності у вигляді співвідношення значень змінної X , що характеризує властивості вибірки, до частот їх появи. Наприклад, стовпчики значень (x_i), (варіанти X) і значень n_i (кількість варіант) у рис. 3 по суті утворюють статистичний розподіл, який розкриває залежність частоти появи (f_i) від значень (x_i), змінної, тобто $f_i \sim x_i$. Частота f_i - це функція, де аргументом виступає варіанта x_i [9]. Запишемо дані з умови задачі у стовпчик А, умовно назвавши їх x_j . У стовпчику В перетворимо ці дані у варіаційний ряд шляхом сортування їх від найменшого до найбільшого і умовно позначимо ці елементи ряду як x_j^* . Упорядкуємо варіанти за зростанням і підрахуємо кількість повторень значень x_i у кожному варіанті, одержимо стовпчики С та D. Обсяг вибірки (число її елементів) обчислюємо за допомогою сумування всіх її елементів Контроль обчислень виконаємо шляхом підсумовування частот варіантів: $\sum n_i = n_1 + n_2 + \dots + n_i = 15$. У табличному процесорі це виконується за допомогою автосуми. Для знаходження характеристик введемо:

1) Вибіркове середнє (математичне сподівання) обчислюємо за формулою: $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i x_i = \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \dots + n_k x_k}{n} = 9,804$ (1)

В MS Excel в переліку вбудованих функцій даного програмного продукту відсутні функції, що напряму відшуковують необхідні значення. Однак, з визначення математичного сподівання (формула (1)) бачимо, що математичне сподівання – це сума добутків можливих значень заданої випадкової величини на відповідні їм імовірності поділена на обсяг вибірки n . Отже, для обчислення можна скористатись вбудованою математичною функцією SUMPRODUCT або СУММПРОИЗВ(A2:A8;B2:B8)/B9, що надає можливість обчислити суми добутків відповідних елементів масивів або діапазонів. Діалогове вікно даної функції та приклад обчислення математичного сподівання представлені на рис. 3.

The screenshot shows the 'SUMPRODUCT' function dialog box in MS Excel. The formula bar displays $=SUMPRODUCT(C3:C12;D3:D12)/E3$. The data table below is as follows:

Варіаційний ряд	Варианти	Частота	$\sum n_i$	\bar{x}	Min	Max
Дані x_j	x_j^*	n_i				
3	6,6	6,6	1	15	9,804	6,6
4	8,66	8,66	1			11,1
5	9,7	9,4	3			
6	9,7	9,6	3			
7	9,6	9,6	2			
8	10,2	9,6	1			
9	10,6	9,7	1			
10	10,6	9,7	3			
11	10,6	10,2	1			
12	11,1	10,4	1			
13	10,4	10,6				
14	10,7	10,6				
15	9,6	10,6				
16	9,4	10,7				
17	9,6	11,1				
18						
19						

Рис. 3. Обчислення математичного сподівання

The screenshot shows the 'MEDIAN' function dialog box in MS Excel. The formula bar displays $=MEDIAN(C3:C12)$. The data table is the same as in Figure 3, but the calculation result in cell G3 is 9,95.

Варіаційний ряд	Варианти	Частота	$\sum n_i$	\bar{x}	Min	Max
Дані x_j	x_j^*	n_i				
3	6,6	6,6	1	15	9,804	6,6
4	8,66	8,66	1			11,1
5	9,7	9,4	3			
6	9,7	9,6	3			
7	9,6	9,6	2			
8	10,2	9,6	1			
9	10,6	9,7	1			
10	10,6	9,7	3			
11	10,6	10,2	1			
12	11,1	10,4	1			
13	10,4	10,6				
14	10,7	10,6				
15	9,6	10,6				
16	9,4	10,7				
17	9,6	11,1				
18						
19						

Рис. 4. Визначення медіани

2) Медіана Md – це значення, яке проходить через середину упорядкованої

послідовності емпіричних даних. Для непарної кількості даних медіана визначається середнім елементом. Якщо кількість значень даних є парною, то медіаною є середнє значення

центральных соседних элементов $Md = \frac{x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1}}{2}$. Щоб знайти медіану (або середнє число), використовують функцію MEDIAN(A2:A8)=9,95 (рис.4).

3) *Мода M_o* – це значення, яке найчастіше трапляється серед емпіричних даних. $M_o = 9,6$ (рис.5).

4) Мінімальне та максимальне значення варіаційного ряду визначимо за допомогою статистичних функцій \min та \max , результат яких відповідно буде складати 6,6 та 11,1. Розмах вибірки одержимо: $R = x_{\max} - x_{\min} = 4,5$ (рис.6).

5) Для кожного значення варіанту x_i знаходимо відносну частоту: $p_i^* = n_i / n$ (рис.6).

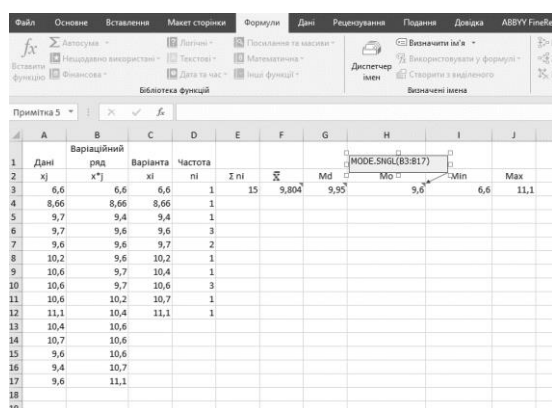


Рис. 5. Визначення моди

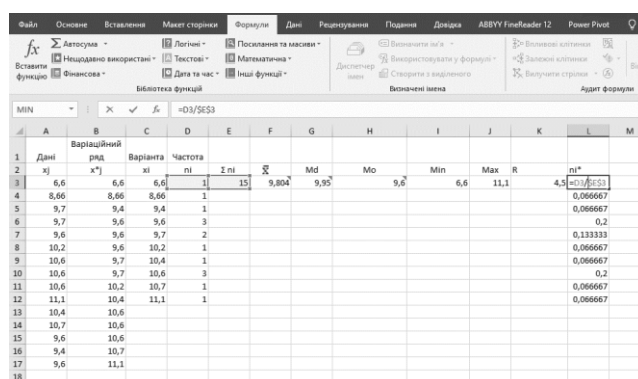


Рис. 6. Розмах вибірки, знаходження \min , \max значень.

Щоб графічно показати залежність частот та відносних частот від варіанту сформуємо таблицю 1.

Таблица 1.

Дискретний варіаційний ряд										
x_i	6,6	8,6	9,4	9,6	9,7	10,2	10,4	10,6	10,7	11,1
ni	1	1	1	3	2	1	1	3	1	1
n_i^*	0,0666	0,0666	0,0666	0,2	0,1333	0,0666	0,0666	0,2	0,0666	0,0666

Для побудови полігону частот нанесемо отримані точки (x_i, n_i^*) із табл. 1 на графік (див. рис. 7).

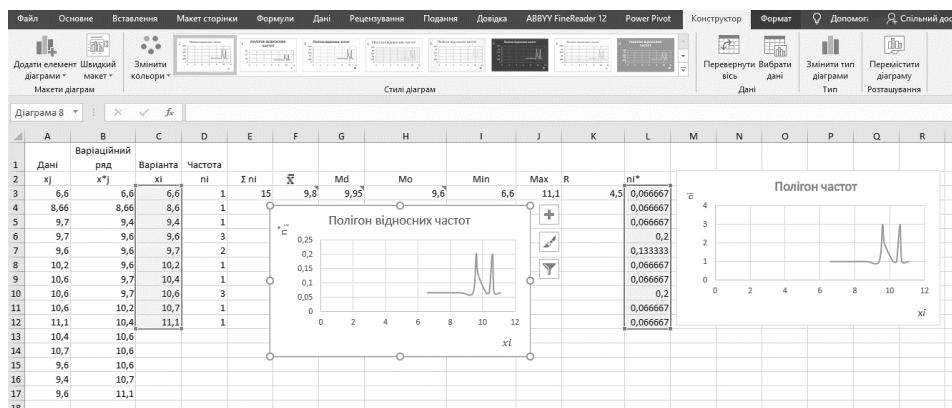


Рис. 7. Графічне відображення залежностей

Визначимо середнє квадратичне відхилення, оскільки має важливе значення при розрахунках в теорії ймовірності, крім того ця величина показує розкид від середнього де попадає приблизно 67% 9 (2/3) значень вибірки.

Вибіркову дисперсію для дискретного статистичного ряду обчислюють за формулою:

$$\overline{s^2} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k (n_i x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i x_i^2 - \bar{x}^2$$
 або якщо використовувати дані варіаційного ряду, то дисперсія вибірки s_x^2 буде визначатися за такою формулою $\bar{s}_x^2 = \frac{(x_1 - \bar{X})^2 + (x_2 - \bar{X})^2 + \dots + (x_n - \bar{X})^2}{n-1}$ або $\bar{s}_x^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{X})^2}{n-1}$, де \bar{X} – середнє арифметичне вибірки, тоді

стандартне квадратичне відхилення вибірки визначається як $\bar{s} = \sqrt{\bar{s}^2}$. Обчислення у табличному процесорі можна виконувати двома шляхами: або покрочно знаходити різницю між елементами вибірки та середнім арифметичним вибірки, підносячи до квадрату і сумуючи по всіх i значеннях, а потім ділити на кількість елементів вибірки $n-1$, або скористатися функцією STDEV.S (S означає вибірку) в Excel, яка оцінює стандартне відхилення на основі вибірки, тобто =STDEV.P(B3:B17), яке рівне буде 1,09477.

Цю задачу можна виконати іншим способом, використовуючи програму Gran1. Цей інструмент є у вільному доступі в Інтернеті і її можна завантажити та встановити на диску персонального комп'ютері або працювати онлайн з віртуального робочого столу на віддаленому сервері за адресою gran.pri.edu.ua, яку можна знайти за допомогою будь якого браузера. Відкриється віртуальний робочий стіл (Ulteo Open Virtual Desktop) на якому в рядку «Ім'я користувача» потрібно вибрати із запропонованого списку одне з наявних там імен, наприклад gran07, і в рядку «Пароль» ввести пароль gran (рис. 8, 9) [8].

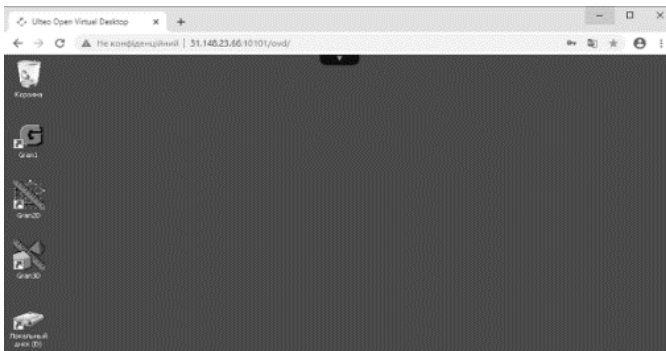


Рис. 8. Скриншот віртуального робочого столу

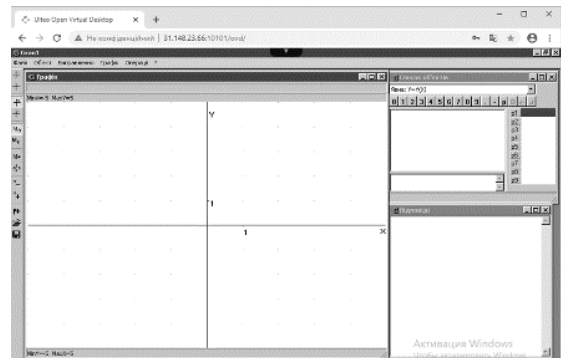


Рис. 9. Скриншот робочого вікна програми Gran 1

Для знаходження розв'язку цієї ж задачі у вікні справа із списку об'єктів потрібно вибрати розділ «Статистична вибірка» і з меню Об'єкт опцію створити (рис.10) [8]. Відкриється допоміжне вікно, в якому у таблицю заносять дані з варіаційного ряду x_i та число n повторень елемента x_i . Натиснувши кнопку «далі» отримуємо результат. Програма здійснить обрахунки всіх характеристик, які були визначені в умові задачі. Якщо з меню Графік вибрати опцію побудувати, то ми отримаємо графічне відображення полігону частот (рис. 11). Як можна бачити з рисунка 11, всі характеристики, які обчислювались за допомогою табличного процесора були отримані і в програмі Gran 1. Слід зауважити, що дану програму можна пропонувати застосовувати учням для перевірки результатів, отриманих аналітичним чи емпіричним шляхом, або для перевірки проміжних висновків.

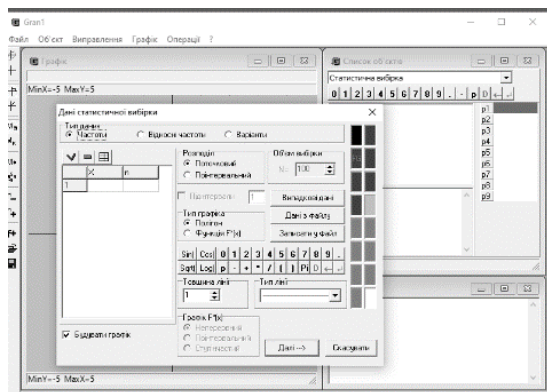


Рис. 10. Вікно програми для введення початкових даних

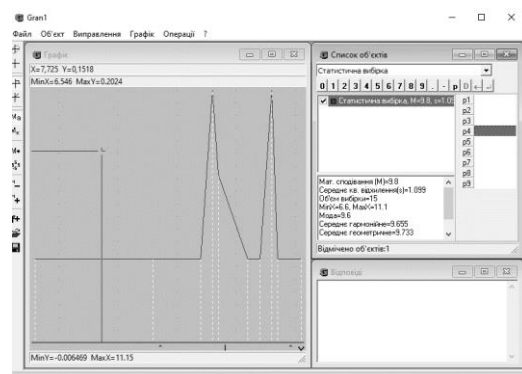


Рис. 11. Результати розв'язку задачі за допомогою програми Gran1.

5. ВИСНОВКИ ТА ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

Для забезпечення формування комплексних знань з теорії ймовірності та математичної статистики важливим є розширення світогляду учнів та студентів за рахунок можливості вирішення прикладних задач міжпредметного характеру, будуючи математичні моделі справді реальних випадкових процесів і подій із застосуванням інформаційних технологій. Використання можливостей комп'ютерних прикладних програм та онлайн додатків, запропонованих в даному дослідженні, в навчальному процесі надасть можливість не тільки спростити розрахунки та сформувати навички застосування ІКТ, а й побудувати цілісне уявлення про предмет, що вивчається, а також підвищити рівень комп'ютерної грамотності. Перевагами використання запропонованих цифрових інструментів до розв'язку ймовірнісних та статистичних задач є економія часу, візуальна презентація результатів та миттєвий зворотний зв'язок. В роботі запропоновано приклад розв'язку статистичної задачі за допомогою табличного процесора і програмного засобу Gran1 та показано ефективність використання таких ресурсів на практиці. Також було представлено перелік онлайн ресурсів, які можна використовувати для опису та побудови моделей розв'язку задач з теорії ймовірності. Оскільки тематика даного дослідження має багатоаспектність, тому є перспективною для подальшого дослідження.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

- [1] Batanero, C., Arteaga, P., Serrano, L., & Ruiz, B. (2014). Prospective primary school teachers' perception of randomness. In E. Chernoff & B. Sriraman (Eds.), *Probabilistic thinking: Presenting plural perspectives* (pp. 345–366). New York: Springer.
- [2] Chernoff, E. J., & Russell, G. L. (2012). The fallacy of composition: Prospective mathematics teachers' use of logical fallacies. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 12(3), 259–271.
- [3] Henry, M. (2010). Evolution de l'enseignement secondaire français en statistique et probabilités [Evolution of French secondary teaching in statistics and probability]. *Statistique et Enseignement*, 1(1), 35–45.
- [4] Закон України про освіту [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://zakon3.rada.gov.ua/laws/show/1060-12>
- [5] Lee, H. S., & Hollebrands, K. F. (2011). Characterising and developing teachers' knowledge for teaching statistics with technology. In C. Batanero, G. Burrill, & C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics: challenges for teaching and teacher education* (pp. 359–369). Netherlands: Springer.
- [6] Хмара Т. М. Розвиток поняття ймовірності випадкової події в змісті шкільного курсу математики [Електронний ресурс]. – Режим доступу : http://lib.iitta.gov.ua/3960/1/2_79.pdf
- [7] Навчальна програма з математики для учнів 10 – 11 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Рівень стандарту [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://mon.gov.ua/content/%D0%9E%D1%81%D0%B2%D1%96%D0%82%D0%B0/matem-st.pdf>.
- [8] Франчук В.М. Використання веб-орієнтованого віртуального середовища Proxmoх в педагогічних закладах освіти. Науковий часопис НПУ імені М.П. Драгоманова. Серія №2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання, 2019. № 21(28). С. 43-48.
- [9] Жалдак М.І., Горошко Ю.В., Вінниченко Є.Ф. Математика з комп'ютером. Посібник для вчителів. 3-тє видання. Київ: НПУ імені М.П. Драгоманова. 2015. 325 с.

APPLICATION OF INFORMATION TECHNOLOGIES TO SOLVE PROBLEMS OF STATISTICS AND THE PROBABILITY THEORY

Garpul Oksana Z.

Candidate of physical and mathematical sciences, associate professor,
associate professor of mathematics and informatics and teaching methods
Vasyl Stefanyk Precarpathian National University, Ivano-Frankivsk, Ukraine
ORCID 0000-0002-1181-8524
oksana.harpul@pnu.edu.ua

Abstract. The goals of learning in a child's life can be varied - skills for productive learning, development of curiosity and creativity, development of strength and endurance, communication, confidence building, aspiration, observation, competition and personality development. If we give children the opportunity to receive a quality education, then we pass on to them the key to their success and the success of the nation. Today the world is developing rapidly. We need skilled and competitive young people to take the lead in the future. This is possible only if children today are given access to quality and effective education. Therefore, in order to take their rightful place and function in modern society, citizens need to overcome their deterministic thinking and accept the existence in nature of random events. At the same time, they need to acquire strategies and ways of thinking that will help in making adequate decisions in everyday and professional situations. Rapid changes in technological development have shown the need for some research on the use of information technology by students to solve real problems using probabilistic models. The requirements for the possession of mathematical knowledge in solving practical problems show the need to provide conditions for students to obtain practical competence, which includes mathematical statistical-probabilistic competence, which belongs to the subject-branch mathematical competences along with procedural and technological. In addition, with the development of information technology, the solution of statistical and probabilistic problems can be implemented using applications or online tools, which will facilitate the understanding of the theory itself. The article analyzes the scientific and methodological research on the use of modern digital tools and software in secondary and higher pedagogical educational institutions and explores the possibility of using them in the study of certain sections of mathematics. There are classified some online resources and applications. The advantages of their use in solving problems in probability theory and mathematical statistics are analyzed and described. Examples of application of the built-in functions of MS Excel and Gran 1 tools for the decision of an applied statistical problem are presented.

Keywords: probability theory, statistics, variation series, sample, MS Excel, Gran 1, Mathway.

REFERENCES (TRANSLATED AND TRANSLITERATED)

- [1] Batanero, C., Arteaga, P., Serrano, L., & Ruiz, B. (2014). Prospective primary school teachers' perception of randomness. In E. Chernoff & B. Sriraman (Eds.), *Probabilistic thinking: Presenting plural perspectives* (pp. 345–366). New York: Springer. (in English).
- [2] Chernoff, E. J., & Russell, G. L. (2012). The fallacy of composition: Prospective mathematics teachers' use of logical fallacies. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 12(3), 259–271. (in English).
- [3] Henry, M. (2010). Evolution de l'enseignement secondaire français en statistique et probabilités [Evolution of French secondary teaching in statistics and probability]. *Statistique et Enseignement*, 1(1), 35–45. (in English).
- [4] Zakon Ukrainy [Law of Ukraine]. (n.d.). zakon.rada.gov.ua. Retrieved from URL: <http://zakon2.rada.gov.ua/laws/show/537-16>. (in Ukrainian).
- [5] Lee, H. S., & Hollebrands, K. F. (2011). Characterising and developing teachers' knowledge for teaching statistics with technology. In C. Batanero, G. Burrill, & C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics-challenges for teaching and teacher education* (pp. 359–369). Netherlands: Springer. (in English).
- [6] Khmara T. M. Rozvytok ponyattya ymovirnosti vypadkovoyi podiyi v zmisti shkil'noho kursu matematyky. Khmara T.M. Development of the concept of probability of a random event in the content of the school course of mathematics [Electronic resource]. - Access mode: http://lib.iitta.gov.ua/3960/1/2_79.pdf. (in Ukrainian).
- [7] Navchal'na prohrama z matematyky dlya uchniv 10 – 11 klasiv zahal'noosvitnikh navchal'nykh zakladiv. Riven' standartu. Curriculum in mathematics for students of 10 - 11 classes of secondary schools. Standard level [Electronic resource]. - Access mode: <http://mon.gov.ua/content/%D0%9E%D1%81%D0%B2%D1%96%D1%82%D0%B0/matem-st.pdf>. (in Ukrainian).
- [8] Franchuk V.M. Vykorystannya veb-oriyentovanoho virtual'noho seredovyshcha Proxmox v pedahohichnykh zakladakh osvity. Naukovyy chasopys NPU imeni M.P. Drahomanova. Seriya №2. Komp'yuterno-oriyentovani systemy navchannya. Franchuk V.M. Use of the web-oriented virtual environment Proxmox in pedagogical educational institutions. Scientific journal of NPU named after M.P. Drahomanova. Series №2. Computer-based

- learning systems. 2019. № 21(28). P. 43-48. DOI 10.31392/NPU-nc.series.2.2019.21(28).08. (in Ukrainian).
- [9] Zhaldak M.I., Horoshko YU.V., Vinnychenko YE.F. Matematyka z komp'yuterom. Posibnyk dlya vchyteliv. 3-tye vydannya. Kyiv: NPU imeni M.P. Drahomanova. Zhaldak M.I., Horoshko Yu.V., Vinnychenko Ye.F. Mathematics with a computer. Teacher's Guide. 3rd edition. Kyiv: NPU named after M.P. Drahomanova. 2015. 325 p. (in Ukrainian).

УДК 378.147:004

DOI: 10.31652/2412-1142-2020-58-35-42

Дакалюк Ольга Олександрівна

старший викладач кафедри іноземних мов професійного спрямування
Донецький національний університет імені Василя Стуса, м. Вінниця, Україна
ORCID 0000-0002-1909-1710
olhadakaliuk@gmail.com

ІНФОРМАЦІЙНО-КОМУНІКАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ЯК ЗАСІБ АКТИВІЗАЦІЇ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТІВ В УМОВАХ ДИСТАНЦІЙНОГО НАВЧАННЯ

Анотація. У статті визначено умови ефективності застосування інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ) для активізації самостійної роботи студентів в умовах дистанційного навчання. Впровадження різноманітних форм ІКТ розглянуто як засіб мотивації та активізації самостійної пізнавальної діяльності студентів. Наголошено, що інформаційно-комунікаційні технології дають можливість вивести організацію самостійної роботи студентів на якісно новий рівень, а саме дозволяють створити принципово інше освітнє, так зване інформаційно-освітнє середовище, що активізує самостійну роботу студентів, оптимізуючи навчальний процес, скорочуючи час одержання системи знань і умінь. Охарактеризовано особливості організації навчання в дистанційному режимі та зазначено, що в умовах дистанційного викладання необхідно здійснювати нові підходи, що передбачає істотне переосмислення та коригування традиційних форм, і переведення їх в дистанційні форми. Зазначено, що ефективність та результативність ДН є значною мірою обумовленими психологічною та методологічною готовністю викладачів (тьюторів) до роботи зі студентами в режимі онлайн, їх професійною мобільністю. Під час дослідження було розглянуто низку переваг ДН та основні складові частини, за наявності яких може повноцінно розвиватися дистанційне навчання. Водночас, вказано на деякі проблеми, що виникають під час організації дистанційного навчання за відсутності усіх або деяких з вищезгаданих складових, а саме: відсутність у багатьох студентів відповідного технічного забезпечення та якісного Інтернет зв'язку, проблема фінансування дистанційної освіти, неготовність викладачів/студентів до нового формату освітнього процесу, відсутність у студентів досвіду працювати самостійно та недостатня мотивація до саморозвитку й одержання знань, умінь, навичок без постійного контролю викладача. Було виокремлено низку вимог до підвищення ефективності самостійної роботи: розвивати розумову активність і творчий потенціал; враховувати отримані раніше знання, і спиратися на них; послідовність: ступінь складності завдань повинна збільшуватися; різноманітність за формою, необхідно вносити елементи новизни.

Ключові слова: інформаційно-комунікаційні технології; самостійна робота студентів; дистанційне навчання; інноваційні технології.

1. ВСТУП

Постановка проблеми. Завданням вищої освіти, як відомо, є підготовка майбутніх фахівців до високої мобільності та розвиток їхніх здібностей до роботи в умовах суспільних змін. Нова освіта має орієнтуватися не на передачу знань, а на оволодіння базовими компетенціями, що дозволяє студентам здобувати знання самостійно, а також на освоєння нових технік, за допомогою яких вони зможуть одержувати, переробляти і використовувати нову інформацію для проектування власної фахової діяльності.

В умовах пандемії COVID-19 відбувся тимчасовий перехід усіх закладів вищої освіти