

УДК 510.6:378.147

DOI: 10.31652/2412-1142-2020-57-86-92

Гулівата Інна Олександрівна

кандидат педагогічних наук, доцент кафедри економічної кібернетики та інформаційних систем
Вінницького торговельно-економічного інституту КНТЕУ, м. Вінниця, Україна
ORCID 0000-0003-4752-535X
innagulivata@vtei.com.ua

Ніколіна Ірина Іванівна

кандидат наук з державного управління, доцент кафедри менеджменту
Вінницького торговельно-економічного інституту КНТЕУ, м. Вінниця, Україна
ORCID 0000-0001-7718-8599
nikira1205@googlemail.com

РОЛЬ ЛОГІКИ У МАТЕМАТИЦІ ТА ФОРМУВАННІ КОНКУРЕНТОСПРОМОЖНОГО ФАХІВЦЯ

Анотація. Розвинуте логічне мислення є необхідною передумовою успішної роботи юриста, економіста, управлінця, науковця, що відображено у стандартах вищої освіти України. Це є ознакою загальнолюдської та професійної освіченості фахівця, здатного розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми у власній професійній діяльності. Така діяльність передбачає володіння певним логічним арсеналом – методами аналізу і синтезу, абстрагування й узагальнення, вмінням доводити і спростовувати, робити правильні висновки, приймати обґрунтовані, раціональні рішення. У зв'язку з цим, постає проблема пошуку шляхів формування логічного мислення фахівців різних сфер з урахуванням історичного зв'язку логіки з математикою.

Для досягнення мети та розв'язання поставлених завдань використано теоретичні та емпіричні методи дослідження: вивчення наукових праць, аналіз навчальної і методологічної літератури, педагогічні спостереження за процесом навчання студентів ЗВО.

У дослідженні визначено роль та застосування логіки, як науки, у математиці. На прикладі бінарних відношень показано, що числення предикатів дає чітке уявлення про загальні та абстрактні ідеї і відношення в математиці. Встановлено зв'язок між логікою та математикою. Визначено шляхи імплементації логічних законів в інших науках через навчання математичних дисциплін. Встановлено, що формування логічної культури фахівців будь якої сфери може бути реалізоване під час навчання математики або використання системи нестандартних логічних задач.

Вплив логіки на математику величезний і незаперечний. Математична логіка по суті є формальною логікою, що використовує математичні методи. Так звана «математизація» знань по суті є «логічним» знанням. Тому формування логічної культури конкурентоспроможного фахівця може бути здійснено за рахунок вивчення математичних дисциплін, або з використанням системи нестандартних логічних задач.

Ключові слова: логіка; логічне мислення; математика; конкурентоспроможний фахівець.

1. ВСТУП

Постановка проблеми. На думку Піаже, дії та вчинки людини, як і процеси мислення, володіють логічною організацією, а сама логіка, в свою чергу, породжується певним типом спонтанної організації дій (Піаже, 1969). Дійсно, вміння логічно мислити є основою для фахівців різних сфер, що відображено у стандартах вищої освіти України. Це є ознакою загальнолюдської та професійної освіченості фахівця, здатного розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми у власній професійній діяльності. Така діяльність передбачає володіння певним логічним арсеналом – методами аналізу і синтезу, абстрагування й узагальнення, вмінням доводити і спростовувати, робити правильні висновки, приймати обґрунтовані, раціональні рішення.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Розвинуте логічне мислення є необхідною передумовою успішної роботи юриста, економіста, управлінця, науковця. Логічні відношення лежать в основі багатьох галузей науки. Існує думка про те, що математики володіють високим рівнем логічної культури. У сучасних наукових дослідженнях [2] встановлено причинно-наслідковий зв'язок між логічним мисленням та математичною підготовкою школярів. Науковці стверджують, що значна частина математичних знань учнів базується на логічному мисленні. Досліджень, щодо впливу логіки на формування сучасного фахівця будь якої сфери відсутні, але те, що до державних службовців та юристів висувається вимога знання основних елементів логіки – є незаперечним фактом [3]. Слід зазначити, що значення логіки у вивченні математики було головним також у Піаже [1]. Питання історичного розвитку та генезису взаємозв'язків між формальною логікою та математикою висвітлені у праці [4]. Таким чином, постає питання застосування логіки в математиці та застосуванні логічних законів і структур в інших науках.

Мета статті. Визначити роль логіки у математиці та інших науках для ефективного формування конкурентоспроможного фахівця. Для досягнення мети та розв'язання поставлених завдань використано теоретичні та емпіричні методи дослідження: вивчення наукових праць, аналіз навчальної і методологічної літератури, педагогічні спостереження за процесом навчання студентів ЗВО.

2. РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Відомо, що всі математичні твердження, крім аксіом, доводяться шляхом логічно обґрунтованих кроків. Такий принцип є необхідним у математичних теоріях. Наприклад, твердження: «Діагональ квадрата не співмірна з його стороною, довжина якої дорівнює одиниці», не може бути доведене нічим, крім логічних міркувань. Навіть найскладніші вимірювальні прилади не здатні встановити його правильність.

Відомий німецький математик Карл Теодор Вільгельм Вейєрштрасс стверджував, що суть математичного знання полягає в абсолютній повноті його обґрунтування. Першу завершену систему математичної логіки на базі строгої логіко-математичної мови – алгебру логіки, запропонував Дж.Буль (1815–1864). Логічна система почала використовуватися для аналізу основ математики та обґрунтування математичних теорій. Мета логічної системи полягає у тому, щоб виключити інтуїтивно зрозумілі поняття з математичних теорій та надати логічні докази і логічні структури. Однак, здійснити повну формалізацію математики і тим самим очистити математичні знання від будь-яких інтуїтивних ідей або понять не так просто.

Логічні методи використовувались в математиці з найдавніших часів (Фалес, Парменід, Піфагор). Вони значною мірою сприяли перетворенню математики в правильну і точну науку. Г.Фреге та Б.Рассел намагалися звести всю математику до логіки. Дедуктивні та аксіоматичні міркування, суть яких логіка, у даному випадку відіграли значну роль. Вони сприяли не лише суворості доказів у математиці, але й побудові математичних теорій. Засновниками індуктивного та дедуктивного методів були Френсіс Бекон та Рене Декарт.

Істотна відмінність між математикою, як формальною системою, та логікою полягає в тому, що логіка вимагає більш суворої формалізації, що є базовим у доведенні теорем та побудові математичних теорій.

Вплив логіки на математику величезний і незаперечний. Це походить переважно від пропозиційної логіки та логіки предикатів, які розглядаються як дві підсистеми математичної логіки. У цьому відношенні важливішу роль відіграє числення предикатів, яке є багатшим, більш гнучким і, отже, більш точно описує логічні залежності в математиці. Це аксіоматично-дедуктивна система в основі якої лежать положення, що приймаються без доведень – аксіоми, і з яких шляхом дедукції одержують весь інший її зміст.

Числення предикатів дає особливо чітке уявлення про більш загальні та абстрактні ідеї та відношення в математиці [5]. Наведемо приклади таких відношень (таб. 1). Розглянемо

відношення еквівалентності, яке відіграє надзвичайно важливу роль у алгебрі. Це найелементарніший тип двійкового відношення, яке ще називають бінарним.

Наприклад, твердження: «а дорівнює b», «а менше b», «а більше b» - це відношення між двома елементами певної природи, і на мові логіки має вигляд $P(a, b)$. Воно є рефлексивним, симетричним і транзитивним:

– відношення рефлексивності: кожен елемент деякої множини перебуває у відношенні R сам із собою, тобто aRa . Наприклад, в геометрії кожна пряма паралельна сама собі ($a||a$), або кожна фігура подібна сама собі ($S \sim S$). На мові предикатів рефлексивність подається у вигляді: $\forall a \in X, P(a, a)$;

– відношення симетричності: для кожної пари елементів деякої множини виконання відношення aRb спричиняє виконання відношення bRa . Наприклад, якщо пряма a паралельна прямій b , то пряма b паралельна прямій a (якщо $a||b$, то $b||a$). Або, якщо фігура A подібна фігурі B , то фігура B подібна фігурі A (тобто, якщо $A \sim B$, то $B \sim A$). На мові предикатів це твердження записують: $\forall a, b \in X, P(a, b) \rightarrow P(b, a)$;

– відношення транзитивності: для будь яких a, b, c , якщо a відноситься до b , і b відноситься до c , то a відноситься до c . Наприклад, якщо $a||b$ і $b||c$, тоді $a||c$. На мові предикатів таке відношення позначають наступним чином: $\forall a, b, c \in X, P(a, b) \wedge P(b, c) \rightarrow P(a, c)$.

Таблиця 1

Бінарні відношення логіки та математики

Бінарні відношення	Властивості бінарних відношень логіки	Математичні відношення
Рефлексивність	$\forall x \in X, xRx$	= дорівнює \leq менше або дорівнює \geq більше або дорівнює
Симетричність	$\forall x, y \in X, xRy \rightarrow yRx$	– рівність дійсних чисел – подібність фігур
Транзитивність	$\forall x, y, z \in X, (xRy \wedge yRz) \rightarrow xRz$	– подільність чисел: якщо a ділиться на b і b ділиться на c , то a ділиться на c – рівність чисел: якщо $a=b$ і $b=c$, то $a=c$
Еквівалентність	$\forall x, y, z \in X, (xRx) \wedge (xRy \rightarrow yRx) \wedge ((xRy \wedge yRz) \rightarrow xRz)$	– рівність на множині дійсних чисел
Антирефлексивність	$\forall x \in X, \neg(xRx)$	\neq не дорівнює $<$ менше $>$ більше
Антисиметричність	$\forall x, y \in X, xRy \wedge (yRx) \rightarrow x = y$	– нестрога нерівність на числовій множині: якщо $a \leq b$ і $b \leq a$, то $a=b$ – подільність цілих чисел: якщо a ділиться на b і b ділиться на a , то $a=b$
Антитранзитивність	$\forall x \in X, (xRy \rightarrow yRz) \rightarrow \neg(xRz)$	– для будь-якої трійки чисел a, b, c відсутня транзитивність

Проаналізувавши вищезазначені співвідношення, можемо припустити, що числення предикатів, як одна з підсистем математичної логіки, ґрунтується на припущеннях та довільних твердженнях (пропозиціях), тобто таких, що позбавлені конкретного змісту. Розглядаючи ці приклади, ми ігноруємо як природу елементів a, b, c , так і природу пропозицій, які записані математичними символами. Нас цікавлять лише логічні наслідки, які випливають з прийнятих положень (аксіом) та відповідних правил. Така процедура має цілком формальний характер. І це, звичайно, не позбавляє його науковості. Навпаки, це те, що забезпечує необхідну точність, послідовність, і, що особливо важливо, агрегацію – умову, яка є важливою для введення логіки в математику, а через математику в інші науки.

Щодо останнього, важливо згадати думки німецького філософа Гегеля про те, що будь-яка наука застосовує логіку. Слід зазначити, що логіка досліджує пропозиції та їх взаємозв'язки з точки зору форми, ігноруючи зміст. Але у дійсності ми маємо не пропозиції, а реальні об'єкти та процеси, для яких використовуємо словесні вирази для їх вивчення. У зв'язку з цим, необхідно неявно подавати логічні закони в інших науках. Для цього найбільш підходить математика, оскільки саме тут закони логіки застосовуються безпосередньо. Яскравим прикладом застосування є теорія цілих чисел, теорія груп, абстрактна алгебра, теорія множин тощо. Ці математичні теорії настільки переплітаються з сучасною логікою, що навряд чи можливо розмістити лінію розмежування між ними. Так само багато спільного має математична логіка з теорією множин. Для прикладу розглянемо логічні зв'язки у висловлюваннях та операції над множинами, які мають однаковий зміст (таб.2).

Таблиця 2

Аналогія позначення логічних зв'язок та операцій над множинами

Логічні зв'язки		Операції над множинами	
Кон'юнкція	$p \wedge q$	$A \cap B$	перетин
Диз'юнкція	$p \vee q$	$A \cup B$	об'єднання
Імплікація	$p \rightarrow q$	$A \subset B$	включення (підмножина)
Заперечення	$\neg p$	\overline{A}	доповнення

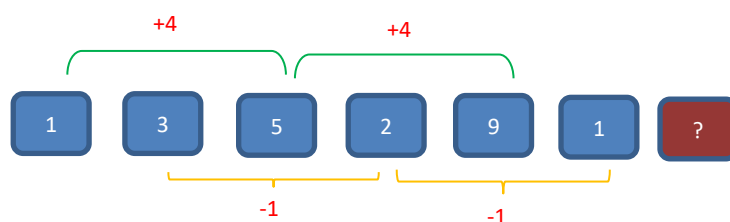
Таким чином, хоча теорія множин безпосередньо використовує закони логіки, інші математичні науки використовують їх опосередковано, тобто або через саму теорію множин, або через такі теорії, які безпосередньо пов'язані, такі як теорія цілих чисел, теорія груп та ряд інших галузей абстрактних алгебра. Математика не може обійтися без логіки, яким би способом вона її не використовувала – чи за допомогою здорового глузду, чи, більш організовано, за допомогою логічних структур. Загалом, логічність є необхідною умовою побудови математичних теорій. Існує певна думка, що будь-який подальший розвиток математичної логіки значною мірою буде залежати від впровадження методів із топології.

У сучасному світі логіка проникає у різні галузі знань та технології, де відіграє вирішальну роль. Таке вторгнення відбувається за рахунок застосування логічних законів і методів і в основному, забезпечується, за рахунок математики. У цьому випадку математика відіграє роль зв'язку між логікою та іншими науками. Таким чином, формування логічної культури фахівця будь якої сфери може бути ефективно реалізовано під час вивчення математичних дисциплін. Однак, гуманітарні спеціальності такої переваги на мають, більш того, ставляться упереджено до вивчення математики. Одним із шляхів вирішення цієї проблеми може бути розв'язування нестандартних логічних задач, які не є тематичними і не обмежені віковими категоріями. Крім того, не потребують професійних знань.

Викладач може запропонувати різні способи представлення таких задач: з використанням роздаткового матеріалу, демонстрації на загал з вибором різних форм візуалізації інформації (презентації, карти знань тощо), засобами сучасних цифрових технологій навчання (комп'ютерні ігри, тести он лайн тощо). Наведемо окремі типи таких задач.

1. Завдання на логічні ланцюжки:

- встановити, за яким принципом побудована послідовність чисел: 1, 3, 5, 2, 9, 1, ?



- продовжити числовий ряд: 24, 21, 19, 18, 15, 13, 12, ?

Рівень складності таких завдань можна регулювати за рахунок підбору послідовностей у ланцюжку, враховуючи точність та швидкість під час розв'язування.

2. Складання слів із заданого масиву літер.

– вибрати букви зі стовпців, щоб скласти слово:

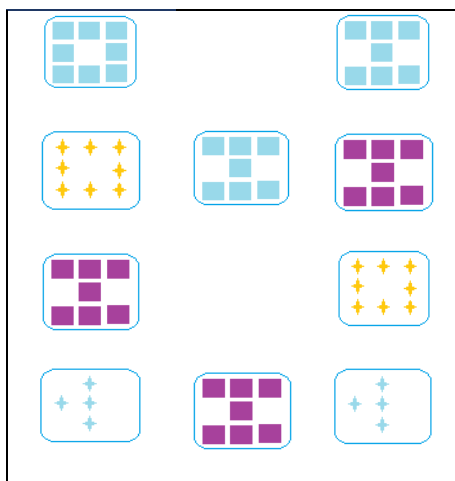
З	Я	Я
Д	Д	С
З	Р	Р
Щ	О	О

– скласти максимальну кількість слів із 6 букв, використовуючи літери л, г, о, в, к, а, і, с, е.

Залежно від аудиторії, можна регулювати рівень складності за рахунок загальної кількості букв, слів, довжини слова, закривання окремих літер у ході виконання завдання, обмеження в часі.

3. Вилучення чи вибір об'єкта з групи об'єктів.

– вибрати зайву фігуру;



– вибрати фігуру, яку утворює комбінація?

	+		-		=	
Варіанти відповідей:						

Рівень складності регулюється за рахунок кількості фігур, кольорів, форми об'єктів у окремій фігурі.

4. Вставити числа, щоб утворилась правильна рівність, використовуючи запропоновані варіанти.

?	÷	?	=	13
---	---	---	---	----

Варіанти вибору:				
51	35	4	38	52

51	35	4	38	52
----	----	---	----	----

У завданнях такого типу можуть бути використані всі математичні операції. Ефективною також є обернена задача, де потрібно вибрати не число, а дію.

5. Текстові логічні задачі.

Брауну, Джонсу і Сміту пред'явлено звинувачення про співучасть у пограбуванні банку. Викрадачі втекли на автомобілі, що їх очікував. Під час слідства Браун засвідчив, що злочинці були на синьому Бьюїку; Джонс сказав, що це був чорний Крайслер; Сміт стверджував, що це Форд і ні в якому разі не синій. Стало відомо, що бажаючи заплутати слідство, кожен з них вказав правильно або лише марку машини, або її колір. Якого кольору був автомобіль і якої марки?

Варіанти відповідей: Синій Крайслер, Синій Бьюїк, Синій Форд, Чорний Крайслер, Чорний Бьюїк, Чорний Форд.

3. ВИСНОВКИ ТА ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

Вплив логіки на математику величезний і незаперечний. Математична логіка по суті є формальною логікою, що використовує математичні методи. Широке проникнення законів і методів сучасної математики майже в усі галузі знань означає, як проникнення законів, так і методів сучасної логіки, у відповідні науки. Так звана «математизація» знань по суті є «логічним» знанням. Тому формування логічного мислення конкурентоспроможного фахівця може бути здійснено за рахунок математичних дисциплін, або з використанням системи нестандартних логічних задач у навчальному процесі. Подальші дослідження можуть бути спрямовані на обґрунтування методичної системи формування логічного мислення здобувачів вищої освіти різних спеціальностей.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

- [1] Пиаже Ж. Избранные психологические труды. Москва : Просвещение, 1969. 659 с.
- [2] Nunes T., Bryant P., Evans D., Bell D., Gardner S., Gardner A., Carraher J. The contribution of logical reasoning to the learning of mathematics in primary school. *British Journal of Developmental Psychology*, 2007. Вып. 25. С. 147-166. URL: https://www.researchgate.net/publication/229663781_The_contribution_of_logical_reasoning_to_the_learning_of_mathematics_in_primary_school (Last accessed: 15.09.2020).
- [3] Тест на аналітичні та оперативні здібності та загальну ерудицію (приклад тесту при відборі в Службу зовнішньої розвідки України). URL: <https://testderz.com/2018/03/23/general-skills/> (Дата звернення: 15.09.2020).
- [4] Šikić, Z. Mathematical logic: mathematics of logic or logic of mathematics. 1996. 8 P URL: https://www.researchgate.net/publication/290818592_MATHEMATICAL_LOGIC_MATHEMATICS_OF_LOGIC_OR_LOGIC_OF_MATHEMATICS (Last accessed: 15.09.2020).
- [5] Хоменко І. В. Логіка – юристам : підручник для студентів. Київ : Четверта хвиля, 1998. 391 с.

THE ROLE OF LOGIC IN MATHEMATICS AND THE FORMATION OF A COMPETITIVE SPECIALIST

Hulivata Inna O.

Ph.D in Pedagogical Sciences, Associate Professor of Economic Cybernetics and Information Systems
Vinnitsia Institute of Trade and Economics of KNUTE, Vinnitsia, Ukraine
ORCID 0000-0003-4752-535X
innagulivata@vtei.com.ua

Nikolina Iryna I.

Ph.D in Public Administration, Associate Professor of Management
Vinnitsia Institute of Trade and Economics of KNUTE, Vinnitsia, Ukraine
ORCID: 0000-0001-7718-8599
nikira1205@gmail.com

Abstract. Developed logical reasoning is a necessary background for successful work as a lawyer, economist, manager, scientist, this is reflected in the standards of higher education in Ukraine. This is also a sign of universal and professional well-educated specialist, who is able to solve complex specialized issues and practical problems in his own professional activity. Such activity involves possession of a certain logical nexus of methods of analysis and synthesis, abstraction and generalization, the ability of making a logical proof, for example, a proof by contradiction, direct proof, proof by contrapositive, draw the right conclusions, make reasoned and rational decisions. In connection with all before mentioned, there arises a problem of finding ways to developing logical thinking of specialists in various fields, taking into account the historical connection of Logic with Mathematics.

The theoretical and empirical research methods were applied to achieve the goal and solve the tasks of the research: scientific study of scholarly papers, analysis of educational and methodological literature, pedagogical observations of the learning process of students ZVO.

This paper clarifies the role and application of Logic as a science in Mathematics. It is proved on the example of binary relations, that predicate calculus gives an explicit insight into a general and abstract ideas and relations in Mathematics.

This paper explains the connection between mathematical logic and other mathematical disciplines; establishes the ways of implementation of logical laws in other sciences through teaching mathematical disciplines. It is established that the formation of logical culture of specialists of any field can be realized during the study of disciplines of Mathematics, or the use of system of non-standard logical problems.

This paper clarifies the huge and undeniable influence of Logic on Mathematics. Mathematical logic is essentially a formal logic that uses mathematics-based methods, in regard to this the so-called «mathematization» of knowledge is essentially «logical» knowledge. Therefore, the formation of the logical culture of a competitive specialist can be achieved by studying various disciplines of Mathematics, or using a system of non-standard logical problems.

Key words: Logic; logical thinking; logical reasoning; Mathematics; competitive specialist.

REFERENCES (TRANSLATED AND TRANSLITERATED)

- [1] Piazhе, Zh. (1969). *Izbrannyye psikhologicheskiye trudy* [Selected psychological works]. Moskva : Prosveshcheniye. [in Russian].
- [2] Nunes, T. & Bryant, P. & Evans, D. & Bell, D. & Gardner, S. & Gardner, A. & Carraher, J. (2007) The contribution of logical reasoning to the learning of mathematics in primary school [The contribution of logical reasoning to the learning of mathematics in primary school]. *British Journal of Developmental Psychology*, Vol. 25. pp. 147-166. Retrieved from https://www.researchgate.net/publication/229663781_The_contribution_of_logical_reasoning_to_the_learning_of_mathematics_in_primary_school [in English].
- [3] Test for analytical and operational skills and general erudition (test example in the selection to the Foreign Intelligence Service of Ukraine). Retrieved from <https://testderz.com/2018/03/23/general-skills/> [in English].
- [4] Šikić, Z. (1996). Mathematical logic: mathematics of logic or logic of mathematics [Mathematical logic: mathematics of logic or logic of mathematics]. Retrieved from https://www.researchgate.net/publication/290818592_MATHEMATICAL_LOGIC_MATHEMATICS_OF_LOGIC_OR_LOGIC_OF_MATHEMATICS [in English].
- [5] Khomenko, I. V. (1998). *Lohika - yurystam* [logic - to lawyers]. Kyiv : Chetverta khvyliya. [in Ukrainian].