

УДК 378.147:371

DOI: 10.31652/2412-1142-2019-53-108-113

О. С. Туржанська, Л. А. Вотякова, О. А. Назарчук, м. Вінниця, Україна
O. Turzhanska, L. Votyakova, O. Nazarchuk, Vinnitsa, Ukraine
turganskaoksana@gmail.com

ТЕХНОЛОГІЇ ВИКОРИСТАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ СЕРЕДОВИЩ У НАВЧАННІ МАТЕМАТИКИ

Анотація. Прогресивний розвиток сучасних інформаційно-комунікаційних технологій істотно впливає на освіту. Це зумовлює прямий вплив на зміст освіти.

Одним із напрямів розвитку та впровадження інформаційно-комунікаційних технологій в освіті України виділяють підвищення рівня комп'ютерних та інформатичних компетентностей учасників навчального процесу.

Одним із напрямів упровадження прогресивних інформаційно-комунікаційних технологій в освіту є використання математичних середовищ у навчанні математики.

У статті викладено результати опитування вчителів математики щодо їх досвіду використання динамічних математичних середовищ у навчальному процесі. Розглянуто деякі технології використання GeoGebra 5.0 у навчанні математики в профільній школі. Авторами визначено, що доцільним є використання програм динамічної математики для розв'язування задач з параметрами на знаходження найбільшого і найменшого значень функції, на композицію рухів, гомотетію та перетворення подібності, для моделювання стереометричних конфігурацій.

Доцільність використання програми GeoGebra 5.0 для розв'язування задач з параметрами обґрунтована тим, що такі задачі є досить складними для сприйняття учнями. А тому, комп'ютерне унаочнення умови задачі, графічного розв'язання з подальшим аналізом сприяє кращому розумінню математичних знань учнями. У задачах на знаходження найбільшого і найменшого значень функції програми динамічної математики поруч з класичним способом надають можливість отримати відповідь шляхом експерименту. Доцільністю використання програми GeoGebra 5.0 у задачах на композицію рухів, гомотетію та перетворення подібності є візуалізація етапів виконання перетворень площини, унаочнення розв'язку.

Авторами робиться акцент про необхідність залучення комп'ютерних інструментів математичних середовищ у навчанні математики, що сприяє формуванню в учнів якісного математичного знання.

Ключові слова: програми динамічної математики, математичне середовище, математичні знання, профільна школа, технології, GeoGebra 5.0, методичний коментар, візуалізація розв'язання.

TECHNOLOGIES OF THE USE OF THE MATHEMATICAL ENVIRONMENT IN TEACHING MATHEMATICS

Summary. The progressive development of modern information and communication technologies has a significant impact on education. This has a direct impact on the content of education.

One of the areas of development and implementation of information and communication technologies in education of Ukraine is the increase of the level of computer and informative competencies of participants in the educational process.

One of the directions of the implementation of advanced information and communication technologies in education is the use of mathematical environments in the teaching of mathematics.

The article presents the results of a survey of mathematics teachers regarding their experience in the use of dynamic mathematical environments in the learning process. Some technologies of using GeoGebra 5.0 in teaching mathematics in the profile school are considered. The authors determined that it is expedient to use the programs of dynamic mathematics to solve problems with parameters, to find the largest and smallest values of the function, to the composition of movements, to the homothety and to transform the similarity, for the simulation of stereometric configurations.

The expediency of using the GeoGebra 5.0 program to solve task problems is based on the fact that such tasks are quite difficult for students to perceive. Therefore, a computerized explanation of the problem, graphical solution with subsequent analysis contributes to a better understanding of mathematical knowledge by students. In the task of finding the largest and smallest values of the function of the program of dynamic mathematics, along with the classical method, provide an opportunity to obtain an answer by experiment. The expediency of using the GeoGebra 5.0 program in tasks for the composition of movements, homothety, and convergence of similarity is the visualization of the stages of the implementation of plane transformations, an explanation of the solution.

The authors emphasize the necessity of attracting computer tools of mathematical environments in the teaching of mathematics, which contributes to the formation of high-quality mathematical knowledge among students.

Key words: programs of dynamic mathematics, mathematical environment, mathematical knowledge, profile school, technology, GeoGebra 5.0, methodical comment, visualization of the solution.

Постановка проблеми. Прогресивний розвиток сучасних інформаційно-комунікаційних технологій істотно впливає на характер наукових досліджень, культуру та освіту. Це зумовлює прямий вплив на зміст освіти і, як наслідок, на зміну форм і методів навчання [1].

У Національній доповіді «Про стан і перспективи розвитку освіти в Україні» [2] одним із напрямів розвитку та впровадження інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ) в освіті України виділяють підвищення рівня комп'ютерних та інформатичних компетентностей учасників навчального процесу, ліквідацію застарілих підходів у навчанні шляхом використання прогресивних ІКТ.

Одним із напрямів впровадження прогресивних ІКТ в освіту є використання математичних середовищ у навчанні математики.

Теоретичні та практичні аспекти комп'ютерних технологій візуалізації навчального контенту відображені в наукових працях В. Ю. Бикова, Р. С. Гуревича, М. І. Жалдака, О. П. Зеленьяка, М. Ю. Кадемії, В. І. Клочка, Т. Г. Кремаренко, С. А. Ракова, О. В. Семеніхіної, О. В. Співаковського та інших.

Використання програм математичного призначення у процесі геометричної підготовки майбутніх учителів математики та при викладанні курсу «Вища математика» в педагогічному університеті нами розглянуто у роботах [3],[4].

Разом з тим, аналіз практики використання математичних середовищ у навчанні математики, проведений на основі опитування 52 вчителів математики середніх загальноосвітніх шкіл I-III ступенів міста Вінниці та Вінницької області засвідчив, що більшість учителів (76%) не готові використовувати програми динамічної математики через брак часу на вивчення їхніх переваг та недоліків, відсутність методичної системи та практичних навичок їх використання. Більшість вчителів (92%) засвідчили, що використовують комп'ютерні засоби на уроках математики для показу презентацій, відображення теоретичного матеріалу, рисунків та умов задач, проведення тестування.

Метою статті є висвітлення технологій розв'язування деяких класів математичних задач профільної школи з використанням програми GeoGebra 5.0.

Розглянемо деякі технології використання GeoGebra 5.0 у навчанні математики в профільній школі.

І. Задачі з параметрами.

Методичний коментар: задачі з параметрами є не типовими математичними задачами та, як правило, розглядаються в класах з поглибленим вивченням математики. Такі задачі є досить складними для сприйняття учнями через складність умови, побудову графічної або математичної моделі. У задачах з параметрами програму GeoGebra 5.0 доцільно використовувати для унаочнення суті задачі та графічного розв'язання.

Задача 1. Для кожного параметра b знайдіть число коренів рівняння $2x^2 + 10x + |6x + 30| = b$.

Пояснення: розв'язування цієї задачі у GeoGebra 5.0 реалізується через побудову динамічної конструкції та візуальне спостереження за значенням параметра b , яке буде динамічно змінюватися при переміщенні базової точки.

Візуалізація розв'язання:

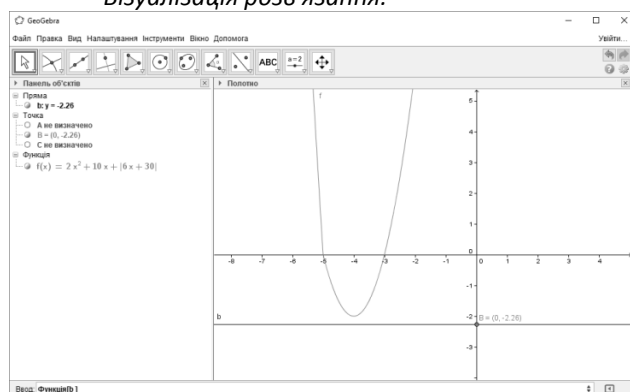


Рис. 1а

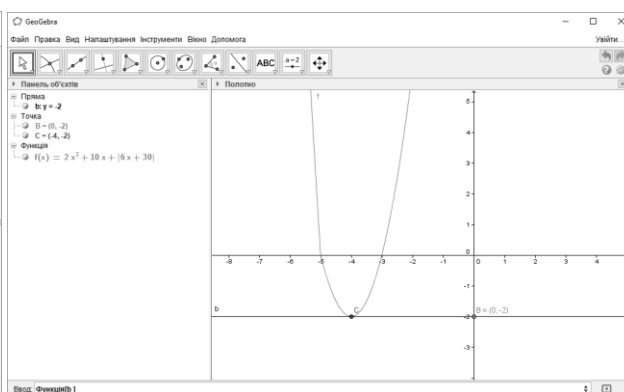


Рис. 1б

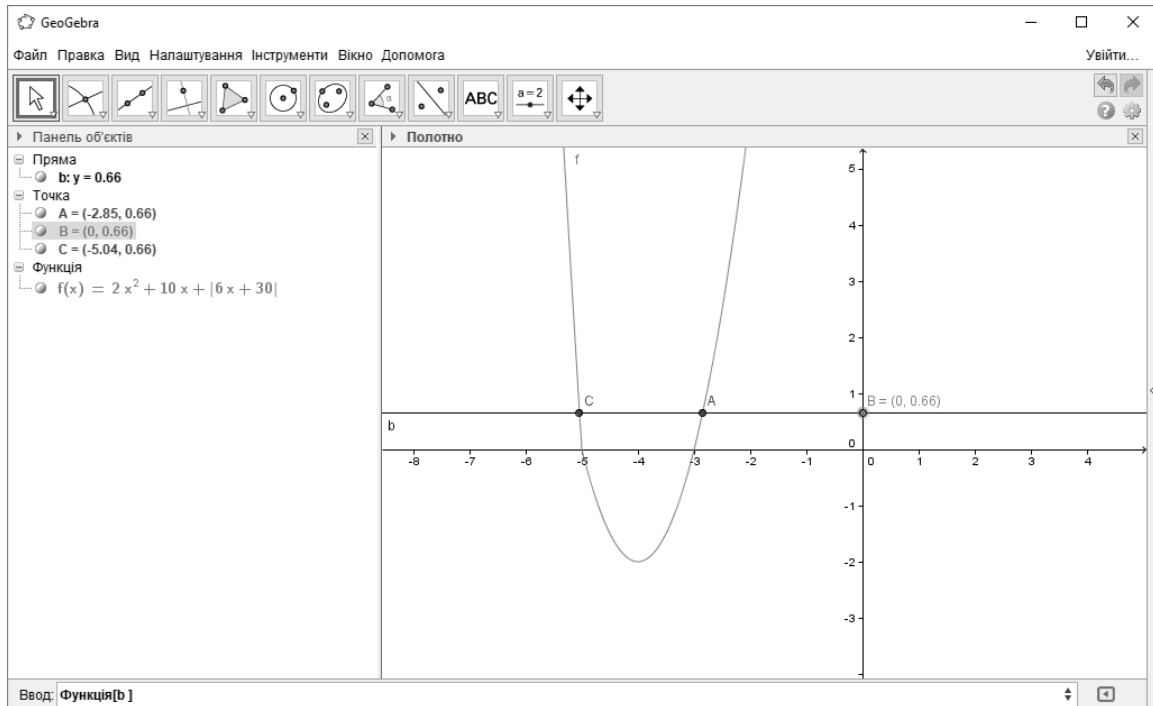


Рис. 1в

Алгоритм розв'язання в GeoGebra 5.0:

- 1) задаємо функцію через рядок вводу командою Функція $[2x^2 + 10x + |6x + 30|, -8, 1]$ (рис. 1а);
- 2) фіксуємо точку В, яка буде рухатися вздовж осі абсцис та через неї проводимо пряму паралельно до осі абсцис (рис. 1б);
- 3) змінюючи положення точки В як базової точки досліджуваної функції, аналізуємо взаємне розміщення графіків: якщо $b < -2$, то рівняння $2x^2 + 10x + |6x + 30| = b$ не має коренів (рис. 1а); якщо $b = -2$, то рівняння $2x^2 + 10x + |6x + 30| = b$ має 1 корінь $x = -4$ (рис. 1б); якщо $b > -2$, то рівняння $2x^2 + 10x + |6x + 30| = b$ має 2 корені (рис. 1в).

Задача 2. Знайдіть усі значення параметра a , при яких рівняння $(4a + 2) \sin x + 2 \cos x + a + 1 = 0$ має точно один корінь, який належить відрізку $[\frac{5\pi}{6}; 0]$.

Пояснення: розв'язування задачі в GeoGebra 5.0 реалізується через побудову графіка функції. Учні мають розуміти, що їм необхідно знайти точки перетину графіка функції з віссю Ox на заданому відрізку.

Візуалізація розв'язання:

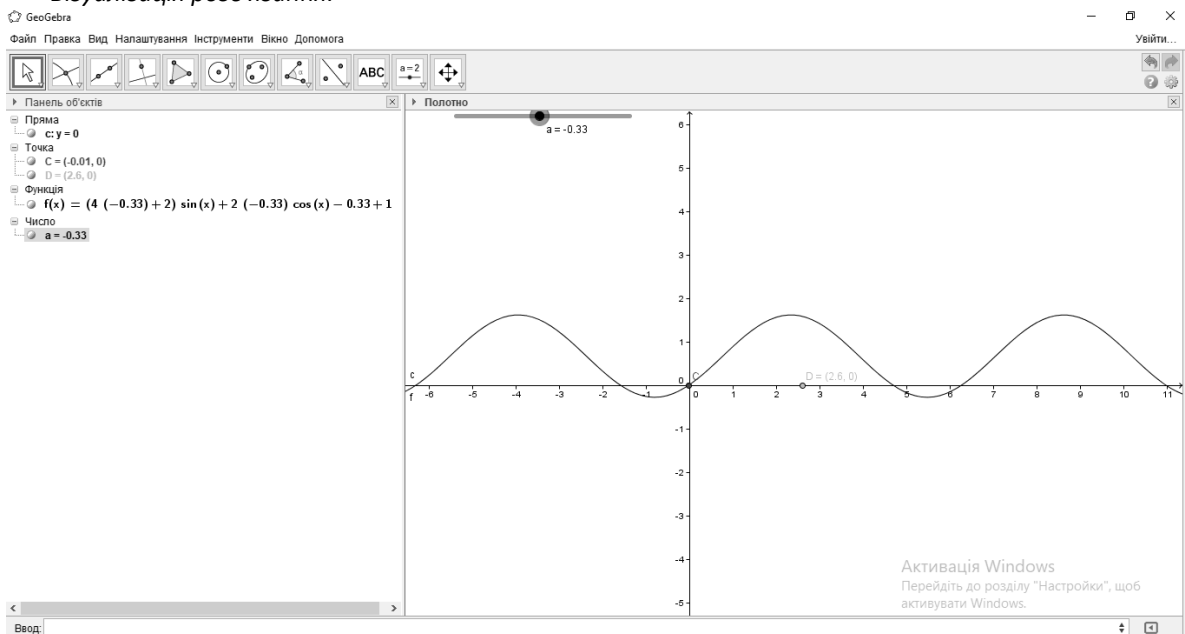



Рис.2.

Алгоритм розв'язання в GeoGebra 5.0:

- 1) створимо бігунок для параметра a (інструмент  на основній панелі інтерфейсу);
- 2) через рядок вводу задаємо рівняння $y = (4a + 2) \sin x + 2 \cos x + a + 1, y = 0$;
- 3) на осі Ox фіксуємо точку $D=(2.6;0)$ – кінець відрізка $[\frac{5\pi}{6}; 0]$;
- 4) змінюючи значення параметра a , отримаємо відповідь: $a \in [-0.33; -1.53]$ (рис. 2).

Розв'язання задач з параметрами в GeoGebra 5.0 не тільки ілюструє можливості програми, а і вимагає від учнів знань та умінь побудови математичної моделі задачі, розуміння математичної суті графічного методу, умінь аналізувати взаємне розміщення графіків залежно від параметра, визначати кількість коренів рівняння.

II. Задачі на знаходження найбільшого і найменшого значень функції.

Методичний коментар: основою класичного способу розв'язування задач на знаходження найбільшого та найменшого значень функцій є конструювання невідомої функції та застосування диференціального числення. У програмі GeoGebra 5.0 є можливість отримати відповідь шляхом експерименту.

Задача 3. Точка A лежить на графіку функції $y=f(x)$, точка B – на осі Ox і її абсциса дорівнює ординаті точки A . Знайдіть найменше значення площі трикутника AOB , де точка O – початок координат, а

$$f(x) = \sqrt{4x - 2\sin 2x - 9\cos x + 12} \quad \text{і} \quad \frac{5\pi}{3} \leq x \leq \frac{12\pi}{5}.$$

Пояснення: розв'язування цієї задачі в GeoGebra 5.0 реалізується через побудову динамічної конструкції та візуальне спостереження за значенням площі, яке буде динамічно змінюватися при переміщенні базових точок.

Візуалізація розв'язання:

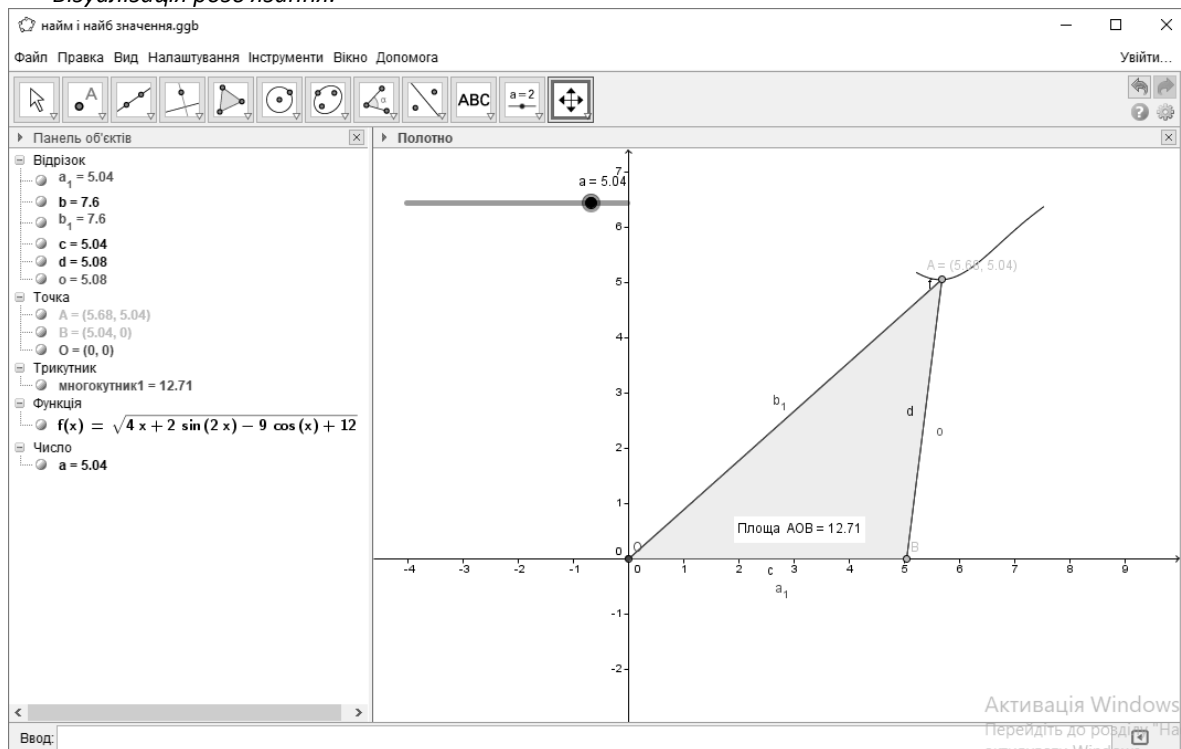



Рис. 3

Алгоритм розв'язання в GeoGebra 5.0:

- 1) задаємо функцію через рядок вводу командою Функція $[\sqrt{4x + 2\sin x - 9\cos x + 12}, 5.23, 7.53]$ (рис. 3);

- 2) створимо бігунок для параметра a (інструмент  на основній панелі інтерфейсу);
- 3) на осі Ox фіксуємо точку $B=(a;0)$;
- 4) на графіку функції фіксуємо точку $A=(x;f(x))$;
- 5) з'єднуємо три одержані точки у трикутник ABO (інструмент *Многокутник*);
- 6) обчислюємо площу трикутника ABO (інструмент *Площа*);

7) змінюючи положення точок A та B , так щоб абсциса точки B дорівнювала ординаті точки A досліджуваного трикутника, спостерігаємо за значенням його площі. Найменше значення площі трикутника

дорівнює 12,71.

Розв'язання задачі в GeoGebra 5.0 демонструє суто конструктивний підхід щодо знаходження найбільшого і найменшого значень функції. Від учнів вимагається графічна побудова моделі задачі та розуміння її математичної суті.

III. Задачі на композицію рухів, гомотетію та перетворення подібності.

Методичний коментар: задачі такого типу розглядаються у класах з поглибленим вивченням математики. Доцільністю їх розв'язування в GeoGebra 5.0 є візуалізація етапів виконання перетворень площини, унаочнення розв'язку.

Задача 4. Знайти рівняння образу площини $\alpha: x + 2y + z - 1 = 0$, який одержано після паралельного перенесення площини на вектор \overline{AB} (задані координати точок $A(-1, -1, 2)$ і $B(0, -1, 1)$) і симетрією відносно площини β , яка проходить через точку A паралельно до площини $2x - y - 5z - 3 = 0$.

Пояснення: розв'язування задачі в GeoGebra 5.0 дає можливість графічно прослідкувати за положенням образу площини відносно вихідних об'єктів.

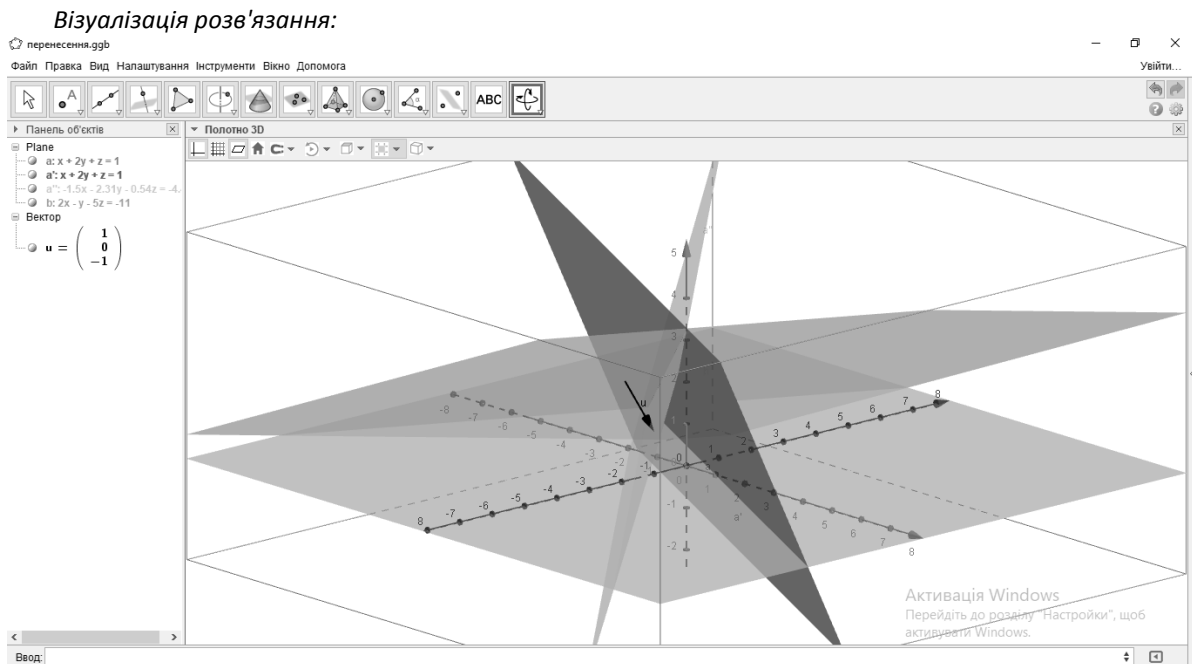


Рис. 4

Алгоритм розв'язання в GeoGebra 5.0:

- 1) через рядок вводу задаємо рівняння площини $\alpha: x + 2y + z - 1 = 0$;
- 2) через рядок вводу задаємо вектор \overline{AB} командою *Вектор*[A,B];
- 3) через рядок вводу задаємо площину β командою *Plane*[A, $2x - y - 5z - 3 = 0$];
- 4) виконуємо паралельне перенесення площини α на вектор \overline{AB} за допомогою інструменту *Паралельне перенесення на вектор*;
- 5) виконуємо симетрію площини α' відносно площини β за допомогою інструменту *Відображення відносно площини*;
- 6) Шукана площина - α'' (рис. 4).

Розв'язування задач такого типу в GeoGebra 5.0 сприяє розвитку просторової уяви учнів.

IV. Моделювання стереометричних конфігурацій.

Методичний коментар: моделі-ілюстрації доцільно виконувати в GeoGebra 5.0 для демонстрації багатофігурних стереометричних зображень. Стереометричні моделі демонструють перед розв'язуванням задачі з метою кращого розуміння учнями умови задачі, вивчення стереометричної конфігурації та пошуку способу розв'язання задачі.

Задача 6. У тригранного кута $PABC$ $\angle BPC = 90^\circ$, а ребро PA утворює з площиною цього кута кут 45° . Знайдіть $\angle APB$ і $\angle APC$, коли відомо, що вони рівні.

Візуалізація побудови:

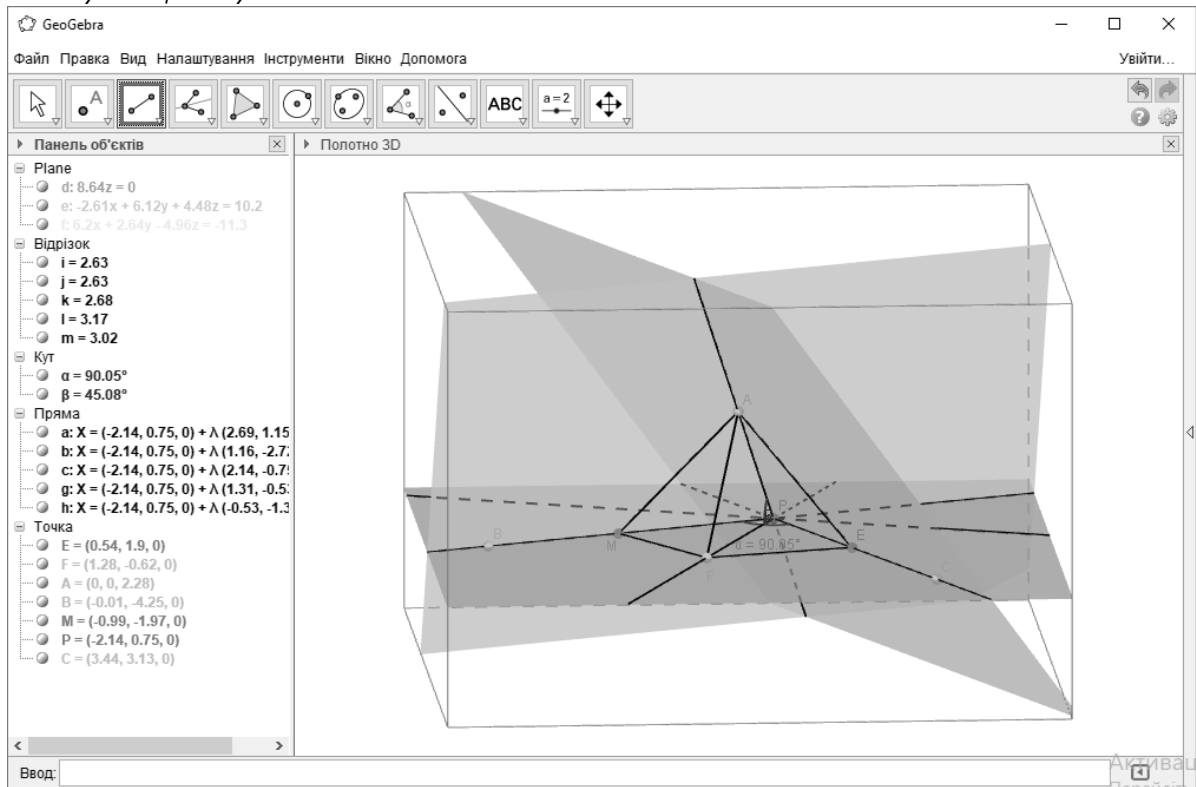


Рис. 5

Алгоритм побудови в GeoGebra 5.0:

- 1) проводимо прямі PB і PC , що перетинаються під прямим кутом за допомогою інструменту *Перпендикулярна пряма*;
- 2) проводимо пряму PF , яка є бісектрисою кута BPC за допомогою інструменту *Бісектриса кута*;
- 3) проводимо пряму AP , що перетинає пряму PF під кутом 45° за допомогою інструменту *Пряма*;
- 4) проводимо площини α через прямі PA і PB , β через прямі PA і PC , γ через прямі PB і PC за допомогою інструменту *Площина*;
- 5) проводимо відрізки MF перпендикулярно до прямої PB , FE перпендикулярно до прямої PC за допомогою інструменту *Відрізок*;
- 6) проводимо відрізки AF , AM , AE за допомогою інструменту *Відрізок* (рис. 5).

Звичайно ж, наведений клас математичних задач не вичерпує всі можливості програм динамічної математики. Але демонструє їх доцільність у навчанні математики. У розглянутих задачах використання програм динамічної математики сприяє кращому розумінню та засвоєнню учнями математичних знань.

Список використаних джерел:

1. Биков В. Ю. Проблеми та завдання сучасного стану інформатизації освіти / Ю. В. Биков, О. М. Спірін, О. П. Пінчук // Наукове забезпечення розвитку освіти в Україні: актуальні проблеми теорії і практики. – Київ: Вид. дім «Сам», 2017. – С. 191-198.
2. Національна доповідь про стан і перспективи розвитку освіти в Україні / Нац. акад. пед. наук України; за заг. ред. В. Г. Кременя. — Київ: Педагогічна думка, 2016. — 448 с. — (До 25-річчя незалежності України).
3. Туржанська О. С. Використання ІКТ у процесі геометричної підготовки майбутніх учителів математики / О. С. Туржанська // Проблеми та перспективи фахової підготовки вчителя математики: зб. Наук. пр. за матеріалами Міжнар. Наук.-практ. конф., 26-27 листопада 2015 р. – Вінниця: Планер, 2015. – С. 267-269.
4. Туржанська О. С. Використання комп'ютерних програм математичного призначення при викладанні курсу вищої математики у педагогічному університеті / О. С. Туржанська // Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання у підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми: зб. наук. пр. - Київ-Вінниця: ТОВ «Планер», 2018. – С. 396-400.